

Mathematik erkunden

Kurfassung des theoretischen Hintergrunds von atlasmathe.

1. Vorausgesetzte Grundannahmen

Unsere Thesen gehen von den folgenden Annahmen über die Entwicklung und das Lernen aus. Sie sind Prämissen aller weiteren Überlegungen.

1.1. Entwicklung

1.2. Menschen entwickeln sich in Phasen.

Diese Erörterungen gehen davon aus, dass sich das Lernvermögen von Kindern stufenweise entwickelt.

Wir lehnen uns an die Phasen Piagets an:

1. Stadium der sensomotorischen Entwicklung (0 - 2)
2. Stadium des voroperatorischen (2-4), anschaulichen Denkens (4 -8)
3. Stadium der konkret-operatorischen Strukturen und (8 - 12)
4. Stadium der formal-operatorischen Entwicklung (ab 12)

(nach Textor: www.kindergartenpaedagogik.de/fachartikel/psychologie/1226)

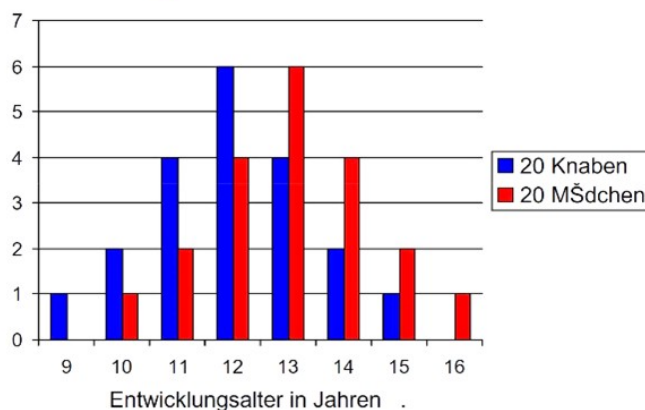
Im Kopf rechnen setzt das 3. Stadium voraus.

1.3. Die Entwicklung verläuft unterschiedlich

Langzeitstudien zu verschiedenen Entwicklungslinien (z.B. Remo Largo) zeigen, dass sich Kompetenzen intra- und interindividuell zu unterschiedlichen Zeiten ausbilden.

Gleichaltrige 7. Klässler*innen können sich in ihrer Entwicklung um mehrere Jahre unterscheiden (vom Niveau der 4. bis zur 8. Klasse).

Interindividuelle Variabilität
von Entwicklungsmerkmalen im Alter von 13 Jahren



1.4. Lernen

Aus unserem Verständnis von Bildung und Lernen sind wir überzeugt:

Lernen wird gefördert durch

- den Anschluss an den eigenen Entwicklungsstand
- die Berücksichtigung eigener Interessen
- Möglichkeit einer Wahl

Lernen wird behindert durch

- Angst und Druck
- Beschämung und Strafe

Dem schulischen Lernen scheinen mehrheitlich die folgenden beiden Bilder zu Grunde zu liegen. Das erste orientiert sich am Lernenden als leeres Gefäß, das gezielt und geführt mit dem richtigen Inhalt gefüllt wird.

1.4.1. Auftragskultur: Orientierung am Lernziel

Lerntheorie	Didaktik	Fehlerkultur
Behaviorismus <ul style="list-style-type: none"> • Lernen als Konditionierung • mit Belohnung / Bestrafung • technische Machbarkeit 	Lernziel-Orientierung <ul style="list-style-type: none"> • Auftragskultur • Klassenziele • prüfungsorientiert 	Fehler als Versagen <ul style="list-style-type: none"> • der Aufmerksamkeit • der Konzentration Haltung der <i>Fehlervermeidung</i>

Unser Bild stellt eine "natürliche" Neugierde ins Zentrum, der ein vielfältiges, der Entwicklung angemessenes, Angebot zur Verfügung gestellt wird.

1.4.2. Angebotskultur: Orientierung an der Entwicklung

Lerntheorie	Didaktik	Fehlerkultur
Konstruktivismus <ul style="list-style-type: none"> • Stadien der Denkentwicklung (Piaget) 	Entwicklungs-Orientierung: <ul style="list-style-type: none"> • Angebotskultur • individuelle Ziele 	Fehler <ul style="list-style-type: none"> • als Hinweis auf Entwicklungsstand • als Lernanlass

1.5. Bildung: Reflexionsvermögen

Wenn Bildung als Ziel irgend eine Form von Reflexionsvermögen und damit verbunden Selbst- oder Eigenständigkeit verfolgt, dann muss sich dies im Lernmaterial niederschlagen.

1.5.1. Zielbezug

Jedes Lernmaterial weist den Bezug zum Lernziel aus.

Nur so ist gewährt, dass ein Kind auf die Frage "Wozu lerne ich das?" auch eine Antwort finden und sich potentiell entscheiden kann:

- Das will ich (jetzt) gar nicht lernen.
- Für dieses Ziel nehme ich den Aufwand auf mich.

2. Systembedingungen

Das System Schule ist für die beschriebenen Anforderungen nur bedingt gerüstet.

2.1. Jahrgangsklassen

Die meisten Schulen sind in Jahrgangsklassen organisiert und gaukeln einen Gleichstand der Lernenden vor. Jede Lehrperson weiss, dass die Lernvoraussetzungen in ihrer Klasse breit streuen.

Mit der Anerkennung der Salamanca Deklaration (1994), "Kinder, Jugendliche und Erwachsene mit besonderen Förderbedürfnissen innerhalb des Regelschulwesens zu unterrichten", wird eine grosse Streuung zur Regel. Die Volksschule ist gefordert, mit einem "Konzept integrativer Schulen" sogenannte "besondere pädagogische Bedürfnisse" in ihrem Unterricht zu berücksichtigen.

2.2. Lehrmittel

Unterstützt wird dieser Gleichschritt von jahrgangsorientierten Lehrmitteln. Diese sind auf einen Durchschnitt ausgerichtet und in der Mathematik oft mit einer kleingliedrigen Jahresplanung versehen. Solche Lehrmittel lassen kaum Spielraum für Unterschiede zu, insbesondere nicht nach "unten".

2.3. Rivalität und Resignation

Diese Gleichschrittigkeit erzeugt bereits auf unteren Stufen eine malignen Vergleich, der Rückstände oder Schwächen des einzelnen bis zur Stigmatisierung sichtbar macht. Das kann - nicht selten - dazu führen, dass sich Kinder bereits in den ersten Klassen vom Fach Mathematik innerlich abwenden und diese Lektionen nur noch in widerständiger Resignation aushalten.

Auf den Übertritt auf die Oberstufe hin verschärft sich diese Situation durch den vielfältigen Druck von innen und aussen.

3. Erkennen: mathematische Grundkompetenzen

Neben den erwähnten schulinternen Hürden können natürlich auch konstitutionelle sowie kulturell und sozial bedingte Hindernisse das Lernen beeinträchtigen.

Aus welchen Gründen auch immer eine Beeinträchtigung des mathematischen Lernens vorhanden ist, ihr Ursprung muss verortet werden, sonst bleibt jedes Unterstützungsangebot dem hilflosen Zufall überlassen. Das Vorhaben, gesicherte Standorte in der Landschaft der mathematischen Kompetenzen zu finden, hat dem Projekt Atlas Mathematik den Namen gegeben.

Wie in der Sprachentwicklung lassen sich auch in der Mathematik Entwicklungsschritte ausmachen. Und wie im Spracherwerb sollte Mathematik in den ersten Jahren **immersiv** (handelnd, anschaulich, nachahmend...) unterrichtet werden.

3.1. Zahlen

Irgendwann, meist im Kindergartenalter, lernen Kinder Zahlen kennen: Ihr Alter, eine Uhrzeit, Geld, vielleicht Zahlen oder Zahlbilder eines Spiels, je nach familiärem Hintergrund nur wenige oder mehrere. Der fünfjährige Tim zählt fröhlich vor sich her und ist fasziniert von Ziffern auf Hydranten am Strassenrand. Keine Ahnung, wie er darauf kam. Sein Bruder interessierte sich im gleichen Alter für vieles anderes, aber nicht für Zahlen.

3.2. Zählen

Irgendwann beginnt "es" zu zählen: Wie viele? Wie lange noch?

"Es" zählt vielleicht vorerst wie "es" Gehen lernt, aus reiner Lust an der Funktion. Immer wieder, und noch einmal. Weil man es kann und weil es so schön ist?

Es zählt weiter, ohne sich um die Null bei zehn zu kümmern, 11, 12, ..., 20... und zählt,,

3.3. Vergleichen, mehr - weniger - gleich viel

"Mehr" wird wohl vorerst als Einwortsatz verwendet: Mehr Dessert, mehr spielen..., dann als Klage, dass die Schwester "mehr" darf oder hat und schliesslich als abgezählter Ärger, dass er oder sie ungerecht behandelt wird, nämlich um 3 Smarties mehr als ich,.

Bald wird auch Umkehrung von "mehr", "weniger" zum Ärgernis oder zur Freude, wenn wer wegen einer Belohnung weniger oft abwaschen muss.

Gerecht ist "gleich viel".

3.3.1. Mathematik und Sprachentwicklung

Diese Beispiele zeigen, dass die mathematische unmittelbar an die sprachliche Entwicklung geknüpft ist. Erst wenn das Wort oder die Redewendung im sprachlichen Alltag angemessene Verwendung kennt, wird sie dies auch in Bezug auf Zahlen erfüllen.

3.4. Ordnen

Dem Vergleich hinkt die Ordnung hinterher, sobald mehr als zwei Ereignisse verglichen werden, bietet sich die Rangordnung an: der Beste, Schnellste..., der Zweit-, Dritt-, Viertbeste.

3.5. Rechnen

Und dann geht das Kind zur Schule!!!

Kaum angekommen wird aus dem Zählen Zusammenzählen mit dem plus-Zeichen und erst noch Addition genannt.

Sie verlangt eine völlig neue Zuordnung unbekannter abstrakter Symbole zu bisher kaum erlebten Handlungen. Im Eiltempo werden aus ein paar Beispielhandlungen Rechnungen, die dann variantenreich (Umkehrungen mit Platzhaltern etc....) "stille" Beschäftigung ermöglichen.

Ein wichtiges Symbol bleibt dabei kaum beachtet, das Gleichheitszeichen " $=$ ". Das Wort "gleich" in der Redewendung 5 plus 3 ist gleich 8 kam im Leben des Kindes so noch nie vor.

"gleich" bedeutete in erster Linie "bald" oder "gleichgültig" ("Mir ist das gleich."), allenfalls "gleich viel".

Jetzt bedeutet das Zeichen "gleich" in erster Linie "rechne!" und ist verbunden mit "richtig" oder "falsch" und bald auch mit einer (abstrafenden?) Zeugnisnote.

3.5.1. Stufe der konkreten Operationen (7/8 - 11/12 Jahre):

Erinnern wir uns an Piagets Stufe der konkreten Operationen:

Das Denken ist weiterhin an anschaulich erfahrbare Inhalte gebunden. Es werden aber nun verschiedene Merkmale eines Gegenstandes und Vorgangs gleichzeitig erfasst und zueinander in Beziehung gesetzt. Regeln beziehen sich jetzt auf die Relation zwischen zwei und mehr Begriffen. Das Kind denkt im Sinne verinnerlichten Handelns, kann vorausdenken und sein Handeln reflektierend steuern. Logische Schlussfolgerungen über Phänomene, die physische Objekte betreffen, und über konkrete Situationen werden möglich. Das Regelspiel wird zur vorherrschenden Spielform.

Diese kognitiven Kompetenzen werden in dieser **vierjährigen(!)** Phase erworben, sind nicht bereits vorausgesetzt und sind *weiterhin an anschaulich erfahrbare Inhalte gebunden*.

Wer dies ausser Acht lässt, züchtet Diskalkulator*innen.

3.5.2. grössere Zahlen und Stellenwerte

Mit grösser werdenden Zahlen und Rechnungen wird das Stellensystem unverzichtbar, insbesondere die Zerlegung in Stellenzahlen: $7514 = 7000 + 500 + 10 + 4$.

Diese lässt sich mit geeignetem Material und grossen Stellentafeln handelnd einführen.

Kartonplättchen lassen sich mit "E", "Z", "H" und allenfalls "T" beschriften und sich wie Geld auf der Stellentafel einsetzen: wechseln, umtauschen etc....

3.5.3. schriftlich Rechnen und Stellenwerte

Je nach Land/Kanton sind die Lernenden in der Oberstufe durch den Taschenrechner/Handy vom sogenannt schriftlichen Rechnen befreit. Ob nur zum Guten, egal. Auf scharfes Selektionsmittel dient diese Rechenart immer noch.

Eine Qualität hat es: mit guten Hilfsmitteln (Stellentafel, Plättchen etc.) unterstützt übt das "Rechnen auf Papier" das Stellenverständnis.

3.5.4. weitere Lücken

Die oben beschriebenen Kompetenzen sind wohl mit den am häufigsten vorkommenden Beschränkungen in Mathematik verbunden. Einschränkungen in anderen Gebieten, wie Grössen, Geometrie, sogenanntes Sachrechnen sind entweder sprachbedingt oder Folgen der nicht verstandenen Stellenstruktur und Rechenverfahren. Dies gilt insbesondere für die Proportionalität ("Dreisatz"), die eng verknüpft oder identisch ist mit dem Verständnis für multiplikative Zusammenhänge.

4. Unterstützen: aufbauende Lernangebote

Der Kompetenzraster von atlasmathe deckt die beschriebenen Kompetenzen mit Beispielaufgaben in aufsteigendem Schwierigkeitsgrad ab, am besten zugänglich über mathe21.net. Mit diesen Aufgaben als Standortbestimmung lässt sich ein Profil der vorhandenen Kompetenzen erstellen, das **K-Profil**.

Mit diesem Profil lassen sich Zonen der nächsten Entwicklung (Wygotski) bestimmen.

Unser Lernmaterial orientiert sich an den Kriterien der Immersion, Zielorientiertheit und der Wiederholbarkeit.

4.1. Immersion

Grundlegendes Lernmaterial ist wenn immer möglich so konzipiert, dass es einen handelnden Bezug zum Inhalt erlaubt. Es gehören Vorlagen, Anschauungs- und Hilfsmaterial dazu.

4.2. Zielorientierung

Jedes Arbeitsblatt, jede Trainingseinheit ist mit dem Lernziel versehen, das verfolgt wird. Das Kompetenzraster ordnet die Lernziele den ihnen übergeordneten Kompetenzen und Gebieten zu und gibt eine Übersicht über den Lernstand im Gesamten.

4.3. Zeit und Wiederholbarkeit

Es gehört zu unserem didaktischen Stil, dass noch nicht gefestigte Kompetenzen jeder Zeit trainiert und die entsprechenden Lernzielkontrollen wiederholt werden können.

5. Unterrichtsorganisation: Ein Unterricht für alle

Wie wird ein Unterricht so organisiert, dass

- alle daran teilnehmen können,
- die Übersicht bewahrt bleibt und
- Leistungen angemessen beurteilt und bewertet werden.

5.1. Stufenstoff in 2 Niveaus: grundlegend und erweitert

An Stelle des üblichen Jahrgangshehrplanes für eine bestimmte Klasse treten zwei niveaudifferenzierte Lernangebote für die betreffende Stufe (Klassen (1)2-4, CH: Zyklus 1, 2 oder 3).

Differenzierung thematischer Einheiten

Themen grösseren Umfangs (z.B. Zahlen, Grössen) umfassen den gesamten Stoff der Stufe. Er wird in zwei Versionen angeboten, in einer grundlegenden Version I und in einer erweiterten Version II.

Die **grundlegende Version** ist nach Möglichkeit handlungsorientiert, anschaulich und von einfachem Schwierigkeitsgrad. Zusätzliche Schwierigkeiten werden mit Hilfestellungen neutralisiert. Wer auf diesem Leistungsstand bis zum Ende der Stufe bleibt, wird höchstens mit "genügend" bewertet.

Die **erweiterte Version** erfüllt die Anforderungen des Lehrplans und ist mit zusätzlichen Angeboten nach oben offen.

Dieses doppelspurigen Angebot ermöglicht auch lernschwächeren Lernenden eine Teilnahme am Unterricht.

5.2. Übersicht bewahren:

Lernbegleitbogen und Standortbestimmung

Beide Versionen I und II eines Themas enthalten Lernbegleitbogen (Inhaltsverzeichnis) und Standortbestimmungen (Lernzielaufgaben).

Auf dem Lernbegleitbogen wird der individuelle Lernstand festgehalten.

Eine auf dem Lernbegleitbogen basierende Klissenübersicht ermöglicht den Überblick von Hand oder elektronisch.

5.3. Positive Bewertung mit Punktesystem

Für das Lernklima in der Schule ist entscheidend, wie differenziert Leistungen erfasst und bewertet werden und wie die Rückmeldungen an die Kinder aussehen. Ist ihr Glas schon halb voll oder noch halb leer? In der Schule geht es darum, dass Kinder ihre unterschiedlich großen Gläser möglichst gut füllen können – und dazu auch ermutigt werden.

Bei der komplexen Aufgabe, den effektiven Lernstand der Kinder zu erfassen, haben sich im integrierten Unterricht die folgenden drei Leitideen bewährt:

1. Leistungen positiv bewerten
2. Bewertung qualitativ abstufen (Modell GEZ)
 - Grundanforderungen
 - Erweiterte Anforderungen
 - Zusätzliche Leistungen
3. Eine Gesamtbeurteilung vornehmen
mit allen Kompetenz- und Handlungsbereichen

Additives Punktesystem

Mit einem additiven Punktesystem werden Leistungen, Einsatz und Fleiß belohnt. Fehler und Misserfolge haben auf die Schlusswertung keinen direkten Einfluss, es gibt keine „Negativpunkte“. Damit wird die Bereitschaft gefördert, etwas auszuprobieren und damit Risiken einzugehen, zu Fehlern zu stehen und aus ihnen zu lernen.

Auf diesem Niveau setzt sich die Bewertung aus der **Summe der Punkte** zusammen für:

- die Bearbeitung der Lernaufträge plus
- die Leistung in den Lernkontrollen.

Lernkontrollen auf dem grundlegenden Niveau sind beliebig oft wiederholbar, diejenigen auf erweitertem Niveau höchstens ein zweites Mal.

Die Punktezahl wird so gewählt, dass sie einfach in Noten umgerechnet werden kann.

6. Hinweise

Ausführliche Hinweise zu den erwähnten Punkten finden sich auf der Einstiegsseite von atlasmathe:

www.atlasmathe.net → Mathematik lernen / → Unterricht

Dieses Dokument wie alle erwähnten anderen Dokumente sind zugänglich auf:

www.atlasmathe.net → Datenbank → Dokumente