

Erste Mathematik mit dem «Zahlenalbum»

Kinder Mathematik entdecken lassen

Die Unterschiede im Vorwissen, das Schulanfänger für den Mathematikunterricht mitbringen, sind enorm. Darum braucht es von Beginn an Lehrmittel, welche vielfältig Selbsttätigkeit und Phantasie der Kinder anregen. Peter Geering stellt hier sein «Zahlenalbum» vor, das Anfänger und Fortgeschrittene gleichermaßen herausfordert.

Von verschiedenster Seite ist schon gezeigt worden, wie Kinder in der Schule unterschätzt werden¹, was sie alles mitbringen (vgl. E. Hengartner und H. Röthlisberger in diesem Heft) und wie selbständig und intensiv sie in einer geeigneten Umgebung lernen können (z. B. in Freinet- oder Montessori-Schulen).

Speziell Constance Kamii² hat nachgewiesen, wie leicht Kinder Mathematik lernen können, wenn ihrer Neugier und ihrem Lerneifer Raum gelassen wird. Statt die Kinder zu belehren, liess sie sie über rechnerische Probleme aus ihrem Alltag diskutieren und bot ihnen Spiele an, bei denen Zahlen verglichen, addiert oder subtrahiert werden müssen. An den Beispielen aus ihrer Umgebung entwickelten die Kinder Vorstellungen von den Zahlen und den Operationen. In den Spielen rechneten sie mit Eifer und Ausdauer, weit mehr als mit üblichen «didaktischen Materialien».

So weit so gut. Aber die Frage bleibt, wie die enormen Unterschiede im Vorwissen der Schulanfänger aufgefangen werden können, ohne eine Schülergruppe zu benachteiligen. Wie lassen sich erfolgreiche, kinderfreundliche Modelle auf eine Schule übertragen, in der sich der Unterricht an lehrplankonformen obligatorischen Lehrmitteln auszurichten hat, die Lehrkraft auf sich allein gestellt ist und Eltern argwöhnisch mit Parallelklassen vergleichen?

Die Frage ist, wie die enormen Unterschiede im Vorwissen der Schulanfänger aufgefangen werden können.

Das Zahlen-Album

Aus dem Versuch, eine Antwort auf diese Fragen zu geben, ist das Zahlenalbum entstanden. Es soll ein Hilfsmittel für einen offeneren Unterricht sein, in dem Spiele und Diskussionen breiten Raum einnehmen können. Die Bilder in diesem Artikel (*Abb. 1*) stammen aus der ersten Primarklasse von Marianne Kunath am Lehrerseminar Rorsehach, der ich zu grossem Dank verpflichtet bin. Versuchen Sie, sich die verkleinerten Kopien im Originalformat A4 und in leuchtenden Farben vorzustellen!

Im Zahlenalbum wird den Kindern gleich zu Beginn der ganze Zahlenraum bis 21 präsentiert und Raum auch für grössere Zahlen gelassen. Dies stellt sowohl für die Anfänger als auch für die Fortgeschrittenen eine Her-

ausforderung dar. Die breite Streuung der Vorkenntnisse ist bei geeigneter Organisation auch eine Chance: Kinder sind begierig, voneinander zu lernen, und können altersgerecht erklären. Die Arbeit mit dem Zahlenalbum gibt ihnen Gelegenheit dazu. Die Kinder zeigen und erklären einander gerne und stolz ihre Albumbeiträge. Individuelles und soziales Lernen wird auf diese Weise zwanglos und auf natürliche Art kombiniert.

Das Zahlenalbum kann den Kindern eine persönliche Beziehung zu den Zahlen eröffnen und zu Entdeckungen im Bereich der «ersten Mathematik» anregen. Es dient ihnen als ein persönliches, individuelles Sammelgefäß für verschiedenste Repräsentanten der Zahlen bis 21 und darüber. Der Lehrerin gibt es Einblick in die Welt der Kinder: Es zeigt auf, was ihnen im Alltag wichtig ist und wo sie in der Entwicklung ihres Zahlbegriffs stehen.

Die Seiten des Zahlenalbums

Das Zahlenalbum stellt einen Kompromiss zwischen vorgegebener Struktur und möglichst grosser gestalterischer Freiheit für das Kind dar. Linien sind absichtlich keine vorgegedruckt. Ziffern können auf liniertem Heftpapier geübt und eingeklebt werden. Die Doppelseiten mit den Zahlen enthalten je

- die Zahl in Ziffern,
- die Zahl als Zahlwort,
- die Zahl als Punktsumme von Würfelbildern.

Die *Zahlwörter* stellen ein Verbindungsglied zum Lesenlernen dar. Sie sollen die umgekehrte Reihenfolge von Einer- und Zehnerzahl in der Ziffernschreibweise und im gesprochenen Wort sichtbar machen, ohne dass dies zu diesem Zeitpunkt speziell thematisiert werden müsste.

Die *Würfelbilder* als Illustrationen für den Kardinalaspekt der Zahlen wurden gewählt, weil sie wohl allen Kindern bekannt sind. Zugleich bieten die Würfelbilder ein Beispiel einer Sechserbündelung. Der Ordinalaspekt der Zahlen ist in der Reihenfolge der Seiten enthalten.

Die erste Doppelseite lässt Platz für die *Null*. Sie ist nicht vorgegedruckt, die Kinder sollen selbst auf die Frage kommen, was wohl dahin gehört.

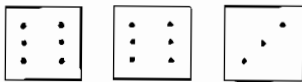
Ein 25er Quadrat auf der letzten Umschlagseite soll Aktivitäten auf einem entsprechenden grossformatigen Quadrat im Schulzimmer (ideal sind bewegliche Teppichplatten) begleiten.

Bilderserien

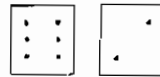
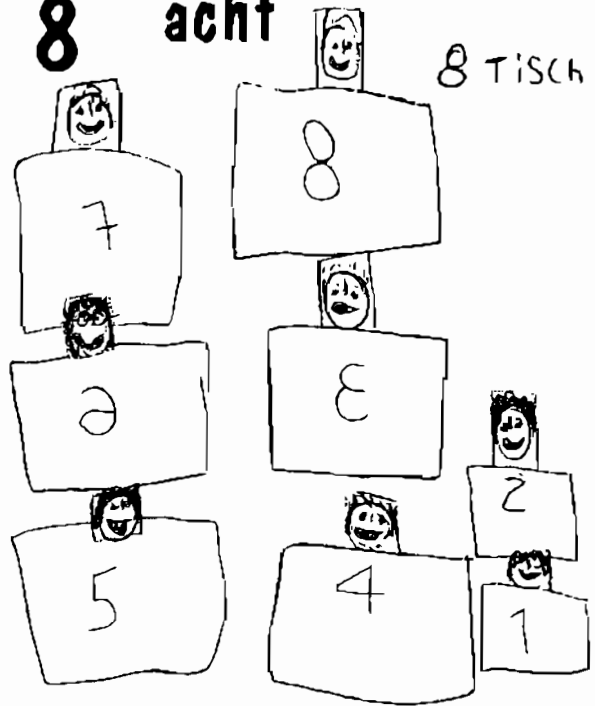
Das Album soll primär von den Kindern selbst illustriert werden. Das heisst, sie sollen in ihrem Umfeld ihnen bedeutsame Repräsentanten für die einzelnen Zahlen suchen und ins Album zeichnen. Anregungen dazu können gemeinsame Übungen wie «Gegenstände im Schulzimmer» oder Einzelaufträge wie «meine Lieblingszahl» oder «meine Familie» geben.

Abbildung 1: Vier Seiten aus ausgefüllten Zahlenalben ►

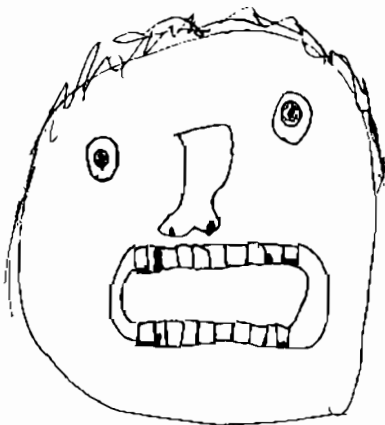
15 fünfzehn



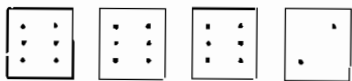
8 acht



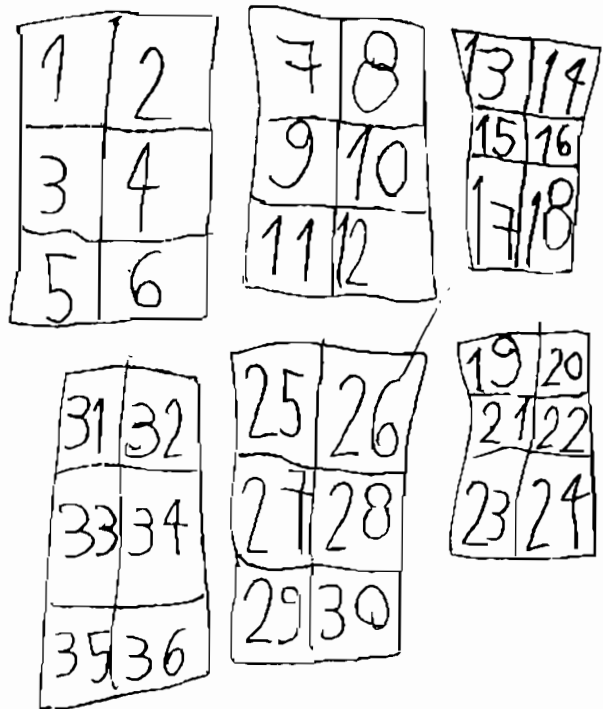
20 zwanzig



20 Zähne
8 geflickt
0 ausgefallen



36



Darüber hinaus können mit kopierten Serien von Bildchen verschiedenste mathematische Aktivitäten angeregt werden:

- Sortieren, ordnen (Bsp. Blätter)
- Rechnen (Bsp. Bilder von Dominosteinen, die Bilder sind kein Ersatz für richtige Dominosteine)
- Bündeln (Bsp. Blumen, um gut zählen zu können, die Blätter «gebündelt» ausmalen)
- Unterschied Grösse – Anzahl (Bsp. Blätter)

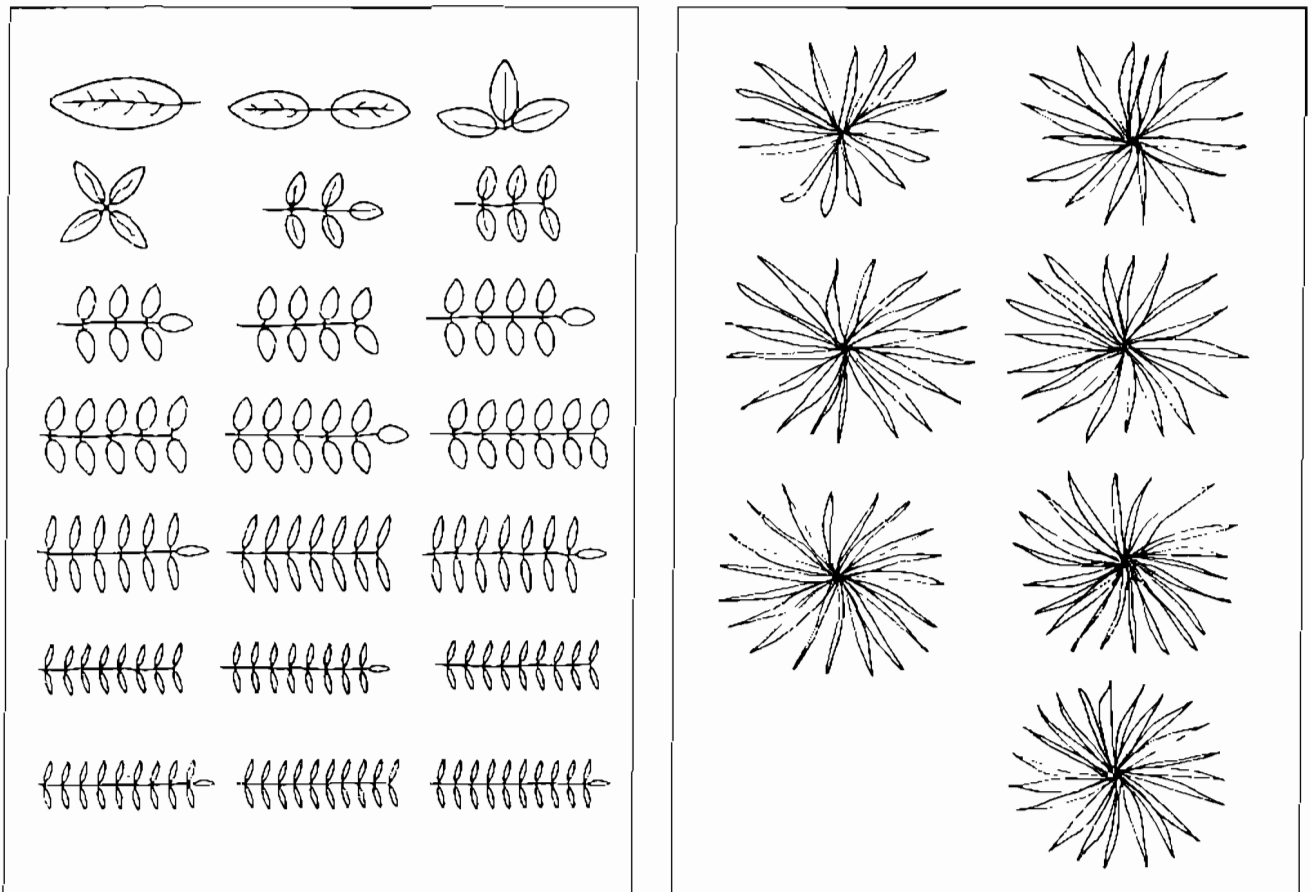
Die Leidenschaft der Kinder, Bildchen zu sammeln und zu tauschen, kann so für einen «guten Zweck» genutzt werden.

Fehler

Im Zahlenalbum machen die Kinder ihre ersten Versuche, Mathematisches schriftlich festzuhalten. Die Durchsicht der Alben kann deshalb zur spannenden «Lektüre» werden. Für eine allfällige sanfte Korrektur gelten die folgenden Regeln:

- Nichts ist zufällig, auch (für die Lehrperson) unverständliche oder offensichtlich konventionswidrige Albumeinträge haben für das Kind einen Sinn. Fragen sie danach!
- Alles im Album ist korrigierbar. Ist z. B. ein Bildchen auf der falschen Seite gelandet, kann es als Teil einer Rechnung benützt oder von Hand ergänzt werden.

Abb. 2: Zwei Beispiele aus der «Bilderserie zum Zahlenalbum»



- Die mathematische Ausdrucksweise muss sich wie die muttersprachliche langsam entwickeln können. Zu grosse formale Strenge am Anfang schreckt ab und verunsichert.
- In der Arbeit mit dem Album lernen die Kinder auch den Umgang mit Fehlern: Werden diese als Lernanlässe benützt, wird sich keine lähmende Angst vor Fehlern entwickeln.

Was wird mit dem Zahlenalbum erreicht?

- Ein *offener Zahlenraum* gleich zu Beginn, alle Seiten stehen zur Verfügung.
- *Vorkenntnisse* können eingebracht werden.
- Es ist von den *Eigenerfahrungen* der Kinder bestimmt.
- Es begünstigt den *Austausch* und den *Ausgleich* unter den Kindern.
- Es hält *individuelle* Erkenntnisse fest.
- Es fördert die *Ausdrucksfähigkeit* der Kinder auf ihrem Niveau.
- Es gibt der Lehrkraft *Einblick* in die Welt und das Denken der Kinder.

Welche Mathematik gehört ins erste Schuljahr?

Zu einem kindgerechten Unterricht gehört selbstverständlich, dass sein Inhalt sich primär nach der Entwicklung der *Kinder* und nicht nach einem theoretischen Aufbau der Mathematik richtet. Viele der heute verbreiteten Lehrwerke erfüllen diese Anforderung nicht. Durch die gestufte Einführung der Zahlen³ unterdrücken sie einerseits einen Teil des Vorwissens, andererseits führen sie als «Vorleistung für später» Formalismen ein, die Erstklässlern in ihrem tieferen Sinn noch unverständlich bleiben. Als Beispiele seien hier die Vektordarstellung der Zahlen («Pfeile») und die formale Subtraktion («Leerstelle links») genannt⁴.

Kindgerechter Unterricht bedeutet, dass sich sein Inhalt primär nach der Entwicklung der Kinder richtet...

Diese Aussage wird in keiner Weise widerlegt durch die Tatsache, dass es vielen Lehrerinnen gelingt, ihren Kindern das erfolgreiche Lösen entsprechender Aufgaben beizubringen. Ein Kind, das Additions- und Subtraktionsaufgaben mit Pfeilen auf dem Zahlenstrahl richtig löst, dazu aber unter dem Tisch die Finger zum Zählen benutzt, hat wohl kaum den Sinn der Pfeile erfasst. Es wird nicht mehr von der Erkenntnis, sondern vom Lob und Tadel der Lehrerin gesteuert. Es lernt nicht mehr Mathematik, sondern nur noch, wie es sich in der Schule zu verhalten hat. Das Verhängnisvollste dabei ist wohl, dass sich die Folgen eines solchen Wechsels erst in oberen Klassen zeigen, wenn die Strategie «tue was dir gesagt wird» nicht mehr genügt.

Ein sinnvoller und den Kindern angemessener Mathematikunterricht im ersten Schuljahr wird folgende Themen umfassen:

- Zählen,
- Zahlen schreiben: Ziffern und Zahlwörter,
- verschiedene Bedeutungen der Zahlen (Zähl-, Kardinal-, Ordinalzahl, ...⁵),
- Zahlen ordnen, zu- und wegzählen,
- Bündeln als Hilfe, um Zahlen zu erfassen und darzustellen.

Mathematik beginnt mit *Zählen*. Eine der ersten, grundlegenden mathematischen Erkenntnisse jedes Kindes ist, wie man zählt, und dass das Zählen ohne Ende fortgesetzt werden kann. Dass jede natürliche Zahl eine Nachfolgerin hat, und es somit keine grösste Zahl gibt, ist eine mathematisch zentrale Erkenntnis, die unabhängig von der Bedeutung einzelner Zahlen gewonnen werden kann. Einmal angeregt, wird Zählen zum lustvollen Tun: alles mögliche wird gezählt, gezählt und nochmals gezählt.

Die Arbeit mit dem Zahlenalbum berührt alle der angeführten Themenbereiche der ersten Klasse. Eine besondere Erwähnung verdient dabei das Bündeln. Sobald grössere Anzahlen gezählt werden müssen, ist das Zusammenfassen in übersichtliche Bündel eine unentbehrliche Zählhilfe. Sie wird von den Kindern zu geeigneter Zeit ohne weiteres entdeckt oder übernommen und angewendet. «Zu geeigneter Zeit» heisst aber, von jedem Kind zu dem Zeitpunkt, in dem es die Notwendigkeit erkennt und aus dieser Erkenntnis heraus die Technik übernimmt.

C. Kamii berichtet die Erfahrung, dass einzelne Kinder bis zum Schluss der ersten Klasse einfache Additionen immer noch mit Durchzählen von Eins an lösen, bei allen aber später dann ohne Zwang diese Zählerei durch das Rechnen mit den Summanden abgelöst wird. Dies als Beispiel dafür, dass die Kinder das Vertrauen brauchen, dass sie die elementare Mathematik ohne Zwang und Dressur erwerben können.

Lernumgebung und Lehrmittel

Bei der Ausschmückung von *Schulzimmern* ist oft ein grosser Reichtum an Anregungen zum Lesenlernen festzustellen. Den Buchstaben entsprechende Bilder sollen das Einprägen fördern und gleichzeitig die Schulzimmeratmosphäre auflockern. Wie armselig ist dagegen oft der Aufwand, die Zahlen den Kindern näherzubringen, positive Beziehungen zu ihnen aufzubauen. Ist das nur Gedankenlosigkeit oder zeigen sich da etwa «Altlasten» der Lehrerinnen und Lehrer? Das Zahlenalbum soll auch Anstoss dazu sein, mit Zahlbildern von den Kindern und für die Kinder die Zahlen auch in der Schulstube lebendig werden zu lassen.

Lehrmittel stehen allen Kindern jederzeit zur Verfügung. Es ist deshalb von grosser Bedeutung, dass diese die Kinder zur Selbsttätigkeit ermuntern – und sie auch zulassen.

Kinder sind neugierig und lernbegierig. Quellen für ihren Wissensdurst sind in der Schule die Lehrerinnen und Lehrer, die anderen Kinder in der Klasse, die Schulumgebung und die *Lehrmittel*. Die Verfügbarkeit dieser Quellen ist sehr unterschiedlich: Lehrpersonen können dem einzelnen Kind meist nur für kurze Auskünfte, Schulkameraden in beschränktem Umfang, Lehrmittel aber allen Kindern gleichzeitig zur Verfügung stehen. Es ist deshalb von grosser Bedeutung, dass diese die Kinder zur Selbsttätigkeit ermuntern – und sie auch zulassen. Sie sollen die Phantasie anregen und nicht einschränken. Auch noch so phantasievolle Illustrationen in den Büchern werden immer von aussen an die Kinder herangetragen und haben ihren Ursprung in der Vorstellung der Autoren und Buchillustratoren. Ein Schulbuchbild mit dem Titel «unsere Klasse» stellt nicht die Klasse des Kindes dar. Ein Goldhamster, der durch das Buch führt, ist blosses Garnitur und hat mit dem Inhalt nichts zu tun. Viele bunte Bildchen in den

Rechenbüchern sind eigentlich Mogelpackungen, die vom dürftigen Inhalt ablenken und als Ersatz dienen für eine spannende, vom Kinde zu entdeckende Welt der Mathematik.

Eine Schule, in der sich die Kinder einbringen können, ist interessant und immer wieder neu für alle, auch für die Lehrerin, den Lehrer!

Anmerkungen

- 1 Eindrücklich dargestellt von Andresen (1985)
- 2 Kamii (1985) und (1989)
- 3 vgl. Wittmann/Müller (1990) S. 15
- 4 Erstklässler können zwar problemlos im Kontext zuzählen, wegzählen und ergänzen, eine formale Rechnung wie $8 + ? = 15$ können aber viele noch nicht richtig erfassen. Vgl. Kamii (1985)
- 5 Genaueres z.B. in Padberg (1992), S. 7–9

Literatur

- Andresen, Ute.* So dumm sind sie nicht, Weinheim: Beltz Quadriga 1985.
- Kamii, Constance Kazuko,* Young Children Reinvent Arithmetic, New York: Teachers College Press 1985.
- Kamii, Constance Kazuko,* Young Children continue to Reinvent Arithmetic, 2nd Grade, New York: Teachers College Press 1989.
- Padberg, Friedhelm,* Didaktik der Arithmetik 2. Auflage. Mannheim: BI 1992.
- Winter, Heinrich,* Entdeckendes Lernen, Braunschweig: Vieweg 1989.
- Wittmann Erich Ch./Müller Gerhard N.,* Handbuch produktiver Rechenübungen, Band I, Stuttgart: Klett 1990.

Hinweis

Das «Zahlenalbum» und die «Bilderserien» werden demnächst in grösserer Auflage gedruckt. Sie sind zu beziehen bei: Bildung und Beratung, Postfach 56, 9304 Bernhardzell.