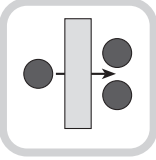
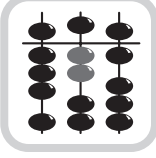



# Einmaleins-Aufgaben sammeln

Beim Bündeln haben die Kinder viele Malrechnungen gefunden. Wer hat welche, und wie viele? Wie viele haben alle zusammen? Die Antworten auf diese Fragen erhalten die Kinder, indem sie die gesammelten Rechnungen vergleichen, ordnen und sie in die Struktur der Einmaleins-Tabelle bringen. Dabei entdecken sie immer wieder überraschende Zusammenhänge.

Die Einspluseins-Tabelle ist im ersten Schuljahr zugleich Programm und Bilanz des Rechnens. In ihr werden alle Rechnungen des Einspluseins erfasst und operative Beziehungen zwischen ihnen sichtbar gemacht. Im zweiten Schuljahr ist es die Einmaleins-Tabelle, die dasselbe Gewicht und denselben Nutzen hat. Beide Tabellen finden nebeneinander ihren Platz an der Wand und bieten Gelegenheit zum Vergleich.

## Schwerpunkte der Arbeit und Beobachtung

 <p>Zahlen als Operatoren verwenden</p>	<p>Was bedeutet die Multiplikation mit der Null? Bilder gibt es keine, wohl aber Rechnungen und Vorgänge, die zur Null führen. So etwa beim Berechnen von Spielresultaten, bei denen Punktzahlen vervielfacht werden. Zum Beispiel zählen die Karten einer Farbe doppelt oder dreifach. Null Punkte dreifach gezählt bleiben null Punkte.</p> <p><b>Wer findet Situationen für die Multiplikation mit Null? Wer kann den Unterschied von + 0 und – 0 erläutern?</b></p> <p>→ zwischen „plus 0“ und „mal 0“ unterscheiden</p>
 <p>Operationen mit Handlungen und Situationen verbinden</p>	<p>Als Einstieg in die Arbeit mit der Einmaleins-Tabelle dienen die über das bündelnde Zählen erarbeiteten Malrechnungen. Der Aufbau einer Tabelle ist den Kindern vom Einspluseins her bekannt. Sie haben gelernt, die Tabelle als Werkzeug und für den Überblick zu nutzen.</p> <p><b>Wer kann Zahlen auf verschiedene Arten bündelnd zerlegen? Wer findet zu Zerlegungen passende Rechnungen?</b></p> <p>→ Anzahlen bündelnd und gliedernd berechnen</p>
 <p>Rechengesetze formulieren und als Rechenhilfe verwenden</p>	<p>Mit jeder Einmaleinszahl können in der Tabelle mindestens die zwei Felder belegt werden, die sich durch das Tauschen der Faktoren ergeben. Das Ausfüllen der Tabelle bietet Gelegenheit, das Kommutativgesetz zu entdecken. Die Zeile und die Spalte zur Zahl 0 müssen besonders thematisiert werden. In der Tabelle bleiben sie immer vor Augen. Der Vergleich der Rechnungen mit Null im Einmaleins und Einspluseins beugt Fehlern mit der Null vor.</p> <p><b>Wer nutzt das Kommutativgesetz beim Ausfüllen der Tabelle?</b></p> <p>→ Grundoperationen miteinander verbinden</p>
<p>Begriffe</p>	<p>Einmaleins-Tabelle, Einmaleinszahl</p>

Auf eine sukzessive Einführung der einzelnen Reihen wird verzichtet. Die Kinder erschließen sich die Aufgaben des Einmaleins auf den drei Wegen:

- Bündeln: schrittweises Zählen in den Reihen
- Modelle und Bilder zu Malrechnungen: Verpackungen, rechteckige Punktbilder, Karo-Bilder
- Operatives Erschließen der Einmaleins-Tabelle: Symmetrien, Nachbarbeziehungen.

Danach werden die Reihen bis zur Abrufbarkeit der einzelnen Rechnungen vertieft. Die Kinder wissen, dass es das Ziel ist, am Ende des Schuljahres das Einmaleins sicher zu beherrschen. Es bleibt ihnen überlassen, welche Reihen sie wann erarbeiten. Wenn sie glauben, eine oder mehrere Reihen sicher zu beherrschen, können sie das mit Tests beweisen.

Es ist nicht sinnvoll, die Reihen nacheinander „einzuführen“. Die einfacheren Reihen, etwa die Zweier-Reihe, sind den Kindern schon bekannt und bedeuten für sie keine Herausforderung. Wenn sie das Prinzip der Reihenbildung verstanden haben, können sie jede Reihe selbst aufbauen und sich aneignen. Ein reichhaltiges Angebot ermöglicht Einsichten und unterstützt das Lernen.

### Schwierige Aufgaben

- Multiplikationen mit Null, unabhängig davon, ob die Null an erster oder zweiter Stelle steht.
- Multiplikationen mit acht, insbesondere die Aufgaben  $8 \cdot 7$ ,  $7 \cdot 8$ ,  $6 \cdot 8$ ,  $8 \cdot 8$ ,  $8 \cdot 9$ ,  $9 \cdot 8$  sowie  $8 \cdot 4$  und  $4 \cdot 8$  (dabei sind die Produkte hier nach abnehmender Fehleranfälligkeit angeordnet).
- Generell die „hohen Kombinationen“ zwischen  $6 \cdot 6$  und  $9 \cdot 9$  (mit Ausnahme dieser beiden Quadratzahlen).
- Die beiden Produkte  $8 \cdot 4$  und  $9 \cdot 4$  aus dem Vierer-Einmaleins.

### Beispiele typischer Fehler

#### *Fehler bei der Multiplikation mit 0 und 1*

Auf die Fehler bei der Multiplikation mit Null (kurz: Nullfehler) entfallen rund die Hälfte aller Einmaleinsfehler. Diese Fehler sind zu einem guten Teil unterrichtsbedingt: Da die Multiplikation mit Null „uninteressant“ ist, fehlt sie in vielen Übungsreihen.

Beispiel: Überlegungen zur Aufgabe  $5 \cdot 0 = 5$

„5 mit Null malnehmen, das heißt: 5 mit nichts malnehmen, das heißt: 5 nicht malnehmen, das heißt: 5 behalten, also: 5 bleibt stehen, 5 ist das Ergebnis.“

Auch eine fehlerhafte Übertragung der Regel, dass die Null bei der Addition und Subtraktion „nichts verändert“, also vernachlässigt werden darf, kann zu diesen Fehlern beitragen.

#### *Fehler bei der Anwendung einer Primitivform*

Rechnen Kinder die Einmaleins-Aufgaben durch (leises oder „innerliches“) Aufsagen der betreffenden Einmaleins-Reihe oder durch wiederholte Addition, so ist ein Verzählen um eins leicht möglich – typische „Zähler“-Fehler.

Beispiele:  $4 \cdot 4 = 12$  (einmal zu wenig)

$6 \cdot 3 = 21$  (einmal zu viel)

#### *Perseverationsfehler*

Hier wirken vorher benutzte Zahlen noch nach und setzen sich durch, so im Beispiel  $2 \cdot 8$  die 8 oder im Beispiel  $7 \cdot 4$  die 7.

Beispiele:  $2 \cdot 8 = 18$ ,  $7 \cdot 4 = 27$

#### *Fehler bei der Anwendung von Rechenstrategien*

Beispiele:  $9 \cdot 4 = 31$ ,  $6 \cdot 9 = 51$

Beispiele, wie man zu diesen Ergebnissen kommen kann:

$9 \cdot 4 = 31$ :  $10 \cdot 4 = 40$ ,  $40 - 9 = 31$

$6 \cdot 9 = 51$ :  $6 \cdot 10 = 60$ ,  $60 - 9 = 51$  oder  $5 \cdot 9 = 45$ ,  $45 + 6 = 51$

#### Literatur

Padberg, Friedhelm: Didaktik der Arithmetik (2. Auflage). Mannheim 1992, Seiten 129–131

## Aus dem Unterricht

Die Kinder lesen den Titel „Einmaleinsaufgaben sammeln“. „Das haben wir doch schon gemacht!“, ruft Lars. „Das war aber lässig, da gibt es sicher neue Spiele“, meint Max. Ich erkläre den Kindern, in dieser Etappe solle jedes Kind jede Reihe aufstellen und auswendig können, und dass es bei den Reihen noch viel zu entdecken gibt. So geht es auch darum, leichte und schwierige Aufgaben zu finden und zu untersuchen und „Tricks“ zu entdecken, die das Lernen erleichtern. Auch die Rolle der Null soll bei den Reihen noch untersucht werden.

*„So viel – super!“ meint Julia beim Blick auf das Grundangebot. Diesmal scheint es gar nicht genug sein zu können.*

*Damian will wissen, was ein Faktor ist. Ich erkläre es ihm und den anderen an Beispielen. Es kommen keine weiteren Fragen.*

Fast alle beginnen mit M0339 (Einmaleins-Lernkartei). Die Kinder haben schon viele Einmaleins-Terme auf Kärtchen gesammelt. Jetzt sortieren sie die Termkarten, suchen passende Plätze in der leeren Tabelle und notieren die Terme.

Da die Kinder an das Arbeiten mit Tabellen gewöhnt sind, gibt es keine Probleme, doch dauert das Ordnen ziemlich lange. In der Zerlegungsphase hatte kein Kind Terme mit Null aufgeschrieben.

*Désirée entdeckt das Fehlen der Null und sagt es mir. Ich bitte sie, es den anderen auch zu sagen. Jetzt fällt es allen auf. Martina und Christina finden aber, dafür brauche man keine Termkarten zu schreiben. Das könne man einfach so in die Tabelle eintragen.*

Ich wünsche jedoch, dass die Kärtchen geschrieben werden und warte gespannt, was wohl als Ergebnis auf die Rückseiten notiert wird. Mehrere Kinder schreiben zu  $5 \text{ mal } 0$  das Ergebnis  $5$ . Im Kreis stellen sie ihre Lösungen vor. „ $5 \text{ mal } 0 = 0$ , denn wenn du  $0 + 0 + 0 + 0 + 0$  schreibst, hast du doch gar nichts, und wenn du daraus eine Malrechnung machst, hast du auch nichts.“

*„Wenn du aber  $0 + 5$  schreibst, dann gibt es  $5$ , denn es sind ja  $5$  da“ erklärt Felix. „Das geht sowieso nicht“, sagt Lars. „Denn Null mal  $5$  kann nicht  $5$  sein, weil  $1 \text{ mal } 5$  schon gleich  $5$  ist.“ Ich hoffe, dass alle das verstehen. „Warum müssen wir denn so viele Rechnungen mit Null in die Tabelle schreiben, wenn es sowieso immer Null ergibt?“ fragt Julia. „Das gehört dazu“, meint Camilla. „Das war bei der Einspluseins-Tafel auch schon so.“*

In den kommenden Tagen bleibt der Eifer beim Auslegen und Füllen der Tabellen groß, und die Ergebnisse sind erfreulich.

*„Sie haben doch gesagt, dass wir besonders einfache Aufgaben suchen sollen. Das sind die mit  $0, 1$  und  $10$ “, erklärt mir Tina. „Schwierige habe ich überhaupt noch nicht gefunden“, meint sie. „Ich glaube, die gibt es gar nicht“, sagt Tamara. „Aber sie hat es doch gesagt, und wir können Tricks lernen“, höre ich Petra sagen.*

Die eingefärbte Einmaleinstabelle hänge ich vergrößert auf. Ich höre zu, wenn die Kinder sich immer wieder darüber unterhalten und freue mich über die Entdeckungen, die sie machen. Die Kinder erzählen von ihren Entdeckungen. Von schwierigen Rechnungen ist nichts zu hören, auch die Kommutativität haben sie nicht entdeckt.

Ich schlage den Kindern vor, damit anzufangen, die Reihen auswendig zu lernen. Sie können selbst entscheiden, mit welcher Reihe sie anfangen und dann fortfahren möchten. Sie wissen, dass sie am Ende des Schuljahres alle Reihen können müssen. Eine Zeitplanung haben sie nicht und ich auch nicht. Ich will zunächst einmal abwarten, wie es mit dem Lernen voran geht und kann dann immer noch Fristen setzen. Zu M0395 (Einmaleins-Plakat) verteile ich Klebepunkte.

*Flamur und Zultan haben Mühe, die Unterschiede der Punktbilder  $2 \text{ mal } 3$  und  $3 \text{ mal } 2$  zu erkennen. Sie legen in einer leeren, vergrößerten Einmaleinstabelle Punktbilder mit Plättchen. Dabei orientieren sie sich an einer ausgefüllten Tabelle.*

*Damian sieht, dass  $2 \text{ mal } 3$  und  $3 \text{ mal } 2$  zwar unterschiedliche Punktbilder haben, sagt aber: „Das muss man nur einmal legen. Je nachdem, wie man davor steht, sieht man  $2 \text{ mal } 3$  oder  $3 \text{ mal } 2$ . Ist auch klar, ist ja immer  $6$ .“ Jetzt kann ich ihm sagen, dass er die Kommutativität entdeckt hat. Er scheint zufrieden. Das Wort höre ich nicht mehr, aber er sammelt entsprechende Aufgabenpaare. Die anderen scheint der Begriff überhaupt nicht zu interessieren, und er ist ja für die Arbeit auch nicht nötig.*

*Damian sucht nun Mitspieler für das Sammeln von Aufgabenpaaren. Er bildet verschiedene Gruppen und gibt die Anweisung, Rechnungen mit dem gleichen Ergebnis zu notieren. „Die muss man einfach nur tauschen“, sagt Lea. „Nicht alle, bei  $2 \text{ mal } 2, 4 \text{ mal } 4$  geht das nicht“, sagt Damian. „Doch, das geht“, beharrt Lea. „Kannst du tauschen, du siehst es aber nicht“.*

In den folgenden Tagen arbeiten die Kinder an verschiedenen Modulen. Ich verliere zeitweise den Überblick. Oft werde ich gerufen: „Was müssen wir da machen?“ Aber dann helfen die Kinder sich gegenseitig und arbeiten so konzentriert, dass ich wieder Zeit finde, festzustellen, wo die einzelnen stehen, besonders die, die sich zurückhalten. Mit ihnen mache ich M0124 (Einmaleins-Tabelle ausfüllen) und erhalte einen guten Einblick, der mir wieder für die Planung hilft.

Ein beliebtes Spiel wird es, auf den Teppichquadraten Reihen zu „stehen“. Ein Kind nennt eine Reihe. Die anderen müssen auf den Teppichen jedes eine Zahl besetzen, die zu der Reihe gehört. Es entstehen zwar schöne Muster, aber es gibt auch Balgereien um die Plätze. Deshalb werden jeweils zehn Kinder bestimmt, die auf die Teppiche gehen dürfen. Auch da gibt es noch Kämpfe um die Plätze, aber weniger heftige. Es ist interessant, zu sehen, wie einige Kinder zielstrebig auf eine Zahl zusteuern, während andere hin und her laufen. Die Zuschauer feuern sie an. Die Kinder stellen fest, dass es viel einfacher ist, die Zahlen vom Rand aus zu suchen als dann, wenn sie im Feld laufen. M0056 (Wie heißt die Rechnung?) wird mit wenig Eifer erledigt.

Felix hatte schon gefragt, warum die Reihen nur „bis 10 mal“ gingen. Er freut sich, als er feststellt, wie einfach es ist, sie bis 100 weiter zu führen. Darauf sagt Damian, man könnte sie auch bis 1000 weiterführen. Und Tamara, die Spezialistin für „Unendlich“ doppelt nach, es ginge immer weiter und höre nie auf. Aber kein Kind zeigt Lust, das nachzuprüfen.

Die Kinder machen viele Entdeckungen in der Einmaleinstabelle. Sie werden nicht müde, die Tabelle immer wieder auszulegen: Mit Termkarten, mit Ergebniskarten, nach gleichen Endziffern, durch Sortieren von Tauschaufgaben, durch das Erwürfeln mit zwei Würfeln. Ich habe vergrößerte Tabellen auf Karton aufgezogen und mit Folie überzogen, damit sie dem vielfachen Gebrauch gewachsen sind.

M0130 (Einmaleins-Bilder sammeln) scheint mir attraktiv, aber zeitaufwändig. Ich werde sie später noch einmal anbieten. Das Differenzierungsangebot wird wenig genutzt, kann ebenfalls später gebraucht werden.

Mit Etappe 7 waren alle zufrieden, die Kinder und ich. Da die Kinder sich immer an ausgefüllten Tabellen orientieren konnten, sind Leistungsunterschiede bei der Arbeit kaum sichtbar geworden, am ehesten noch beim Tempo. Bei der Standortbestimmung mit einzelnen war es mir leicht möglich, gezielt zu helfen.