

Division Einführung

Vorstellung - Verständnis

Schulkinder kennen den Vorgang des Teilens (z.B. von Süßigkeiten) und Verteilens (z.B. von Spielkarten) aus alltäglichen Erlebnissen. Im Sport und in der Schule begegnen sie dem Auf- oder Einteilen in gleich grosse Mannschaften oder Gruppen.

In der Schule werden die erlebten Handlungen begrifflich erfasst und mit Zahlen formalisiert. Die Vorstellung der Handlung mit Gegenständen wird in die abstrahierte Vorstellung der Operation mit Zahlen überführt.

Der konkret erlebten Operation der Verteilens entspricht die mehrfache Subtraktion des Divisors, analog zur mehrfachen Addition im Falle der Multiplikation.

Die Entwicklung der Vorstellung der Multiplikation als Zusammenfassung der mehrfachen Addition ist abhängig von der kognitiven Entwicklung. Die Erfahrung zeigt, dass es Kinder gibt, denen dieser Schritt während der ganzen Primarschulzeit nicht gelingt. Damit fehlt diesen Kindern auch die Vorstellung des Vielfachen, selbst wenn sie das Einmaleins mehr oder weniger beherrschen. Dieser Mangel an Verständnis zeigt sich sowohl im Zugang zur Proportionalität wie eben auch zur Division.

Mit der Einführung der Division als wiederholte Subtraktion erhalten diese Kinder einen „multiplikationsfreien“ Zugang zur Division und zum Konzept des Vielfachen.

Vorstellung unterstützen

Der erste Teil dieses Themas trägt diesem Entwicklungsproblem Rechnung. Der Kernpunkt dieses Teils ist die Begegnung und der Umgang mit dem Begriff und dem Sachverhalt der Division. Zur Lösung der einzelnen Aufgaben stehen Hilfsmittel zur Verfügung, wie die Einmaleinstabelle, die Stellentafel oder der Taschenrechner.

Aus diesem Grund wird im ersten Teil die Fachterminologie durch erklärende Umschreibungen ergänzt oder ersetzt.

Divisionen konkret ausführen

Verteilen

Karten beim Spiel, Süßigkeiten unter Freunden oder allenfalls Geld haben die meisten Kinder schon selber verteilt.

19 Karten werden an 4 Personen verteilt. Wie viele Karten erhält eine (jede) Person?

Objekte	zu verteilen	P1 hat	P2 hat	P3 hat	P4 hat	Total verteilt
Total 19	je 4	1	1	1	1	4
Rest $19 - 4 = 15$	je 4	2	2	2	2	8
Rest $15 - 4 = 11$	je 4	3	3	3	3	12
Rest $11 - 4 = 7$	je 4	4	4	4	4	16
Rest $7 - 4 = 3$	je 4	geht nicht mehr, bleibt als Rest übrig				

Das Resultat ist die Anzahl Karten einer Person.

Das Schema beschreibt den Vorgang als fortlaufende Subtraktion des Divisors.

Das Resultat von $19 : 4 = 4$ Rest 3 ist wiederum eine Anzahl Karten.

Aufteilen, Abpacken, Ausmessen

Beim Bilden von Mannschaften oder Abpacken von Gegenständen erhält das Resultat eine andere Bezeichnung als die zugeteilten Objekte: Mannschaft oder Pack.

19 Pralinen werden in Schachteln mit je 4 Stück gefüllt.

Wie viele Schachteln können mit 19 Pralinen gefüllt werden?

Das Resultat ist die Anzahl „Schachteln“.

Objekte	abzupacken	Anzahl Schachteln	Total verpackt
Total 19	je 4	1	4
Rest $19 - 4 = 15$	je 4	2	8
Rest $15 - 4 = 11$	je 4	3	12
Rest $11 - 4 = 7$	je 4	4	16
Rest $7 - 4 = 3$	je 4	bleibt als Rest übrig	

Diese Vorstellung entspricht dem Vorgang des Bündelns mit der Frage nach der Anzahl Bündel statt der Frage nach der Gesamtzahl wie bei der Multiplikation.

Damit lehnt sich diese Vorstellung eng an die Multiplikation an. Die Frage könnte auch so formuliert werden: „Wie oft (wie viel mal) können je 4 Pralinen verpackt werden?“

Aufbau

Die Vorstellung des Verteilens ist unseres Erachtens den Kindern geläufiger. Deshalb bauen wir die weiteren Schritte auf dieser Vorstellung auf.

L1 Vorstellung entwickeln

Das erste Kapitel widmet sich der Vorstellung mit spielerischen Verteilhandlungen und deren Notation.

Beispiel:

Nimm 10 Knöpfe und verteile sie an 2, 3, oder mehr Personen. Ergänze dann die Tabelle.



Knöpfe	Personen	jede bekommt	Rest	Rechnung
10	2	5	0	$10 : 2 = 5$
10	3	3	1	$10 : 3 = 3 \text{ Rest } 1$
10	4			
10	5			

L2 In Zahlen das teilbare Vielfache erkennen

In einer Serie von Trainingsaufgaben werden zu Divisionen die grössten Vielfachen sowie der Rest bestimmt. Als Hilfe steht die Einmaleinstabelle zur Verfügung.

Grössere Zahlen werden mit dem Zehnfachen des Divisors, der Rest mit dem einfachen Divisor geteilt. Die Übung bereitet eine Möglichkeit des schrittweisen Dividierens vor.

Division	grösste teilbare Zahl	Resultat	Rest	
$448 : 60 = ?$	$420 = 7 \cdot 60$	7	28	1 · 6 60
$28 : 6 = ?$	$24 = 4 \cdot 6$	4	4	2 · 12 120
$323 : 60 = ?$				3 · 18 180
				4 · 24 240

Ein Exkurs zeigt und übt, wie mit Hilfe des Taschenrechners das ganzzahlige Ergebnis und der zugehörige Rest einer Division bestimmen werden.

Division eintippen	Resultat auf dem TR	Ganze Zahl	enthaltenes Vielfaches	Rest	Rechnung mit Rest
$88 : 6$	14.6666666667	14	$14 \cdot 6 = 84$	4	$88 : 6 = 14 \text{ R } 4$
$15 : 8$	1.875	1	$1 \cdot 8 = 8$	7	$15 : 8 = 1 \text{ R } 7$
$69 : 15$	4.6	4	$4 \cdot 15 = 60$	9	$69 : 15 = 4 \text{ R } 9$

L3 Schrittweise Dividieren

Um sich von der Handlung und bzw, der fortlaufenden Subtraktion zu lösen, müssen Vielfache des Divisors im Dividenden erkannt werden. Das sind für die Kinder die Reihenzahlen oder die in der ursprünglichen Zahl enthaltenen teilbaren Zahlen.

Der Vorteil von allfälligen Stufenreihenzahlen sollte erkannt und anzuwenden gelernt werden. Die Stufenreihenzahlen stehen in Randspalten zur Verfügung.

2 Lösungsvarianten mit „halbschriftlichem“ Rechnen

In beiden Varianten kann mit beliebigen Vielfachen, nicht nur den jeweils grössten der jeweiligen Stelle, gerechnet werden. Variante 2 zeigt in Beispiel.

Die Kinder sollen möglichst auf eigenen Wegen zu einer Lösung gelangen. Dies gelingt nicht allen. Diesen Kindern wird ein schrittweiser Rechenweg angeboten.

Aufgabe Rechne auf deine Art 97 : 4

4	40
8	80
12	120
16	160
20	200
24	240

Lösung: Rechne auf deine Art 97 : 4

		Rest bestimmen		
Rechnung	97	: 4		
grosse 4er Zahl	80	: 4 =	20	97 - 80 = 17
Rest teilen	17			
grosse 4er Zahl	16	: 4 =	4	17 - 16 = 1
Rest	1			
	97	: 4 =	24	Rest 1

4	40
8	80
12	120
16	160
20	200
24	240
28	280

Kommentar: Dieser Lösungsvorschlag lehnt sich an die Schreibweise des schriftlichen Rechnens an. Der Rest wird als Differenz unter die Vielfachen geschrieben.

Lösung: 2 Rechne auf deine Art 97 : 4

		Rest bestimmen		
Rechnung	97	: 4		
grosse 4er Zahl	32	: 4 =	8	97 - 32 = 65
Rest teilen	65			
grosse 4er Zahl	36	: 4 =	9	65 - 36 = 29
Rest teilen	29			
grosse 4er Zahl	28	: 4 =	7	29 - 28 = 1
Rest	1			
	97	: 4 =	24	Rest 1

4	40
8	80
12	120
16	160
20	200
24	240
28	280
32	320
36	360

Kommentar: Diese Lösung zeigt einen Lösungsweg, der sich auf Vielfache des kleinen Einmaleins beschränkt, und damit mit Vielfachen rechnet, die kleiner als die grösstmöglichen sind.

