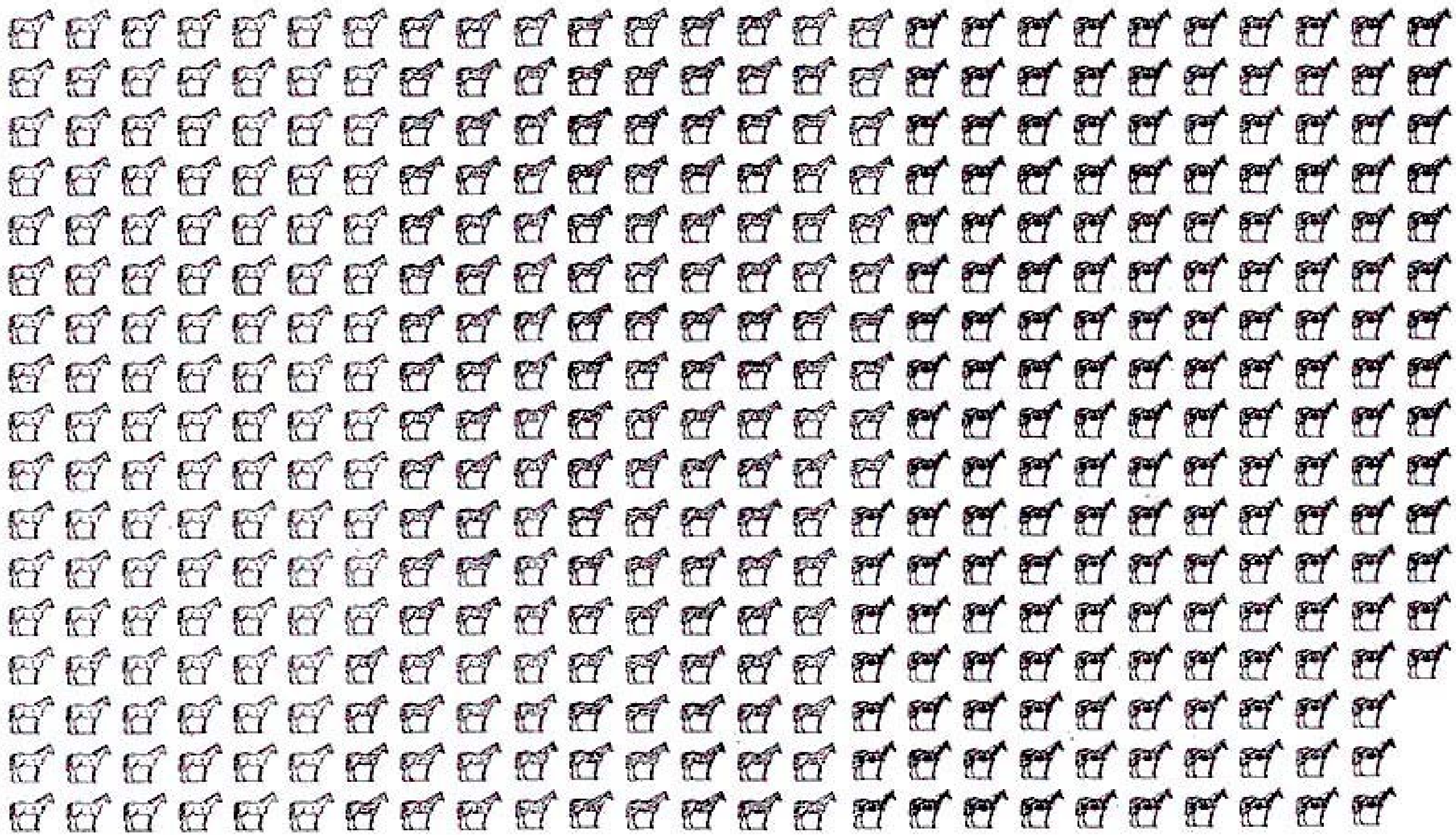
Puzzleteile zur Multiplikation

- **Vorstellungen** von der Operation entwickeln
- **Einmaleins** geläufig erwerben
- **Analogien** in höheren Dezimalen finden
- Grundstrategie für große Zahlen anwenden:
  Zahlen zerlegen und **schrittweise rechnen**
- Rechenschritte in die **Stellentafel** übertragen und
  Schreibweise vereinfachen: **Rechenverfahren**

Eine Herausforderung: Wie viele sind es?



1. Lösungsmuster (2. Schuljahr, 3. Quartal)

26
26
26
26
26
26
26
26
26
26
26
26
26
26
25
25
25

52
52
52
52
52
52
52
50

104
104
104
102

208
206

404
25

429

Rösser

Wir haben die erste Reihe gezelt
Ramona und Milena

Ramona und Milena haben mit der „Verdoppelungsmethode“ bis auf einen kleinen Rechnungsfehler die Anzahl richtig bestimmt.

<< zur Übersicht

2. Lösungsmuster (2. Schuljahr, 3. Quartal)

Eine Reihe sind es 17 ↓
und in der anderen Reihe
sind es 26 →
man kan rechnen 17 · 26

Die Multiplikation kann Markus noch nicht ausführen. Die Lehrerin zeigt ihm an einem Beispiel, wie „man“ das macht und Markus wendet dann die Methode an.

$10 \cdot 20 = 200$
$7 \cdot 20 = 140$
$10 \cdot 6 = 60$
$7 \cdot 6 = 42$

Es sind 442 Pferde
Markus

3. Lösungsmuster (2. Schuljahr, 3. Quartal)

Wir haben zuerst die Weisen gezält und nach
Vier graue. Das sind 17·7 = 7·10+7·7=119. Weise
dan haben wir bei den grauen zehn neuner reihen ab-
gezelt das sind Neunzig.
dan habenwir 9·7 dazu gezält das sind 63 das sind
Zusamen 146 graue + sieben schwarze = 153.
dan haben Wir 10·10=100 gezelt bei den Schwarzen
dan haben Wir 4·10=40 gezält 9·3=27 und zusamen
Sind es 167

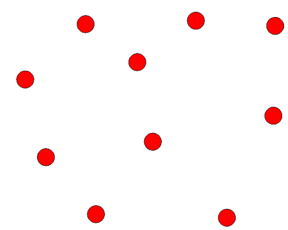
119
153
167
———
439

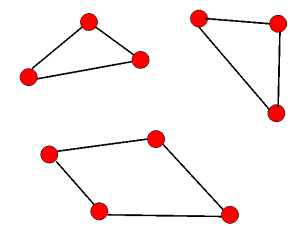
Felix / Flamur

Felix und Flamur haben das Grundprinzip erkannt: Große Zahlen bekommt man „in den Griff", indem man sie unterteilt.

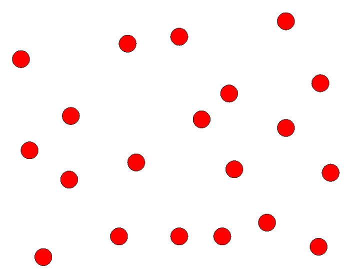
Vorstellung entwickeln: Mengen bündelnd erfassen

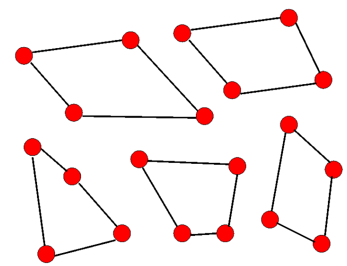
Bis zu 6 Punkte werden auf einen Blick erfasst. Größere Mengen werden in leicht erfassbare unterteilt.





Mit einem Blick nicht mehr erfassbare Mengen werden in gleich große Teilmengen aufgeteilt (gebündelt). Die Gesamtzahl ergibt sich aus der Anzahl Bündel **mal** Anzahl Punkte pro Bündel.





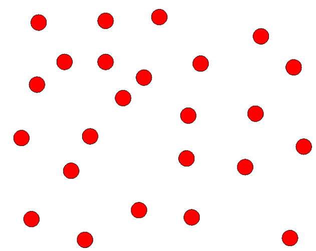
<< zur Übersicht

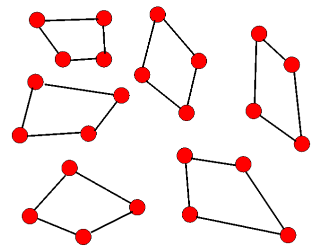
Vorstellung entwickeln: Mengen bündelnd erfassen

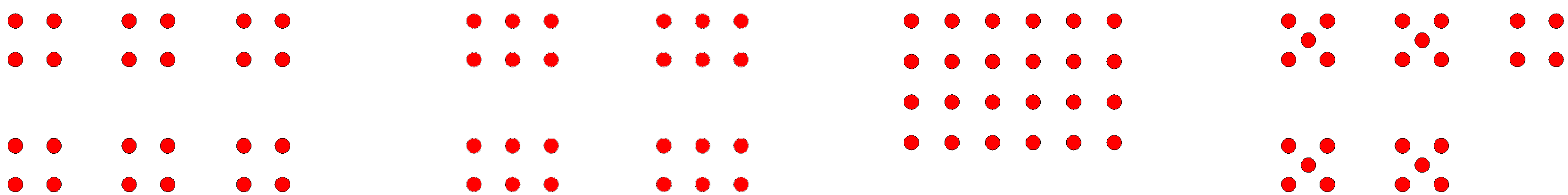
Auf Papier muss die Bündelung grafisch erfolgen.

Gegenstände können hingegen verschoben und verschieden gruppiert werden.

Je nach Gruppierung sind die Malrechnungen mehr oder weniger gut erkennbar – und ergeben sich hier schon „Reste“.







<< zur Übersicht

In ihrer Umwelt finden die Kinder viel multiplikativ leicht Zählbares.

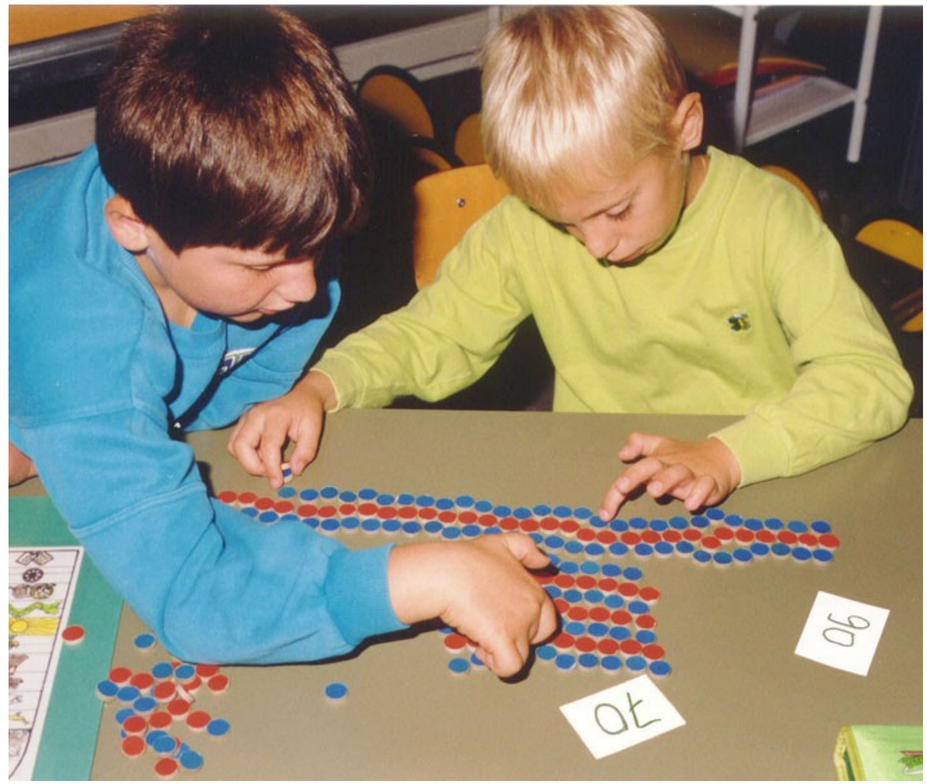
<< zur Übersicht

Vorstellung entwickeln: Zahlen darstellen

Umkehraufgabe:

Zu einer vorgegebenen Zahl (Zettel) sind Plättchen so zu legen, dass andere diese Zahl einfach erkennen können.

(Bild 2. Schuljahr, 1. Quartal)



<< zur Übersicht

Von Malrechnungen zum Einmaleins

Die Kinder haben schon viele Malrechnungen gesammelt. Nun geht es darum, **alle** zu finden, von $0 \cdot 0$ bis $10 \cdot 10$.

Dazu werden die Rechnungen auf Kärtchen geschrieben und sortiert. Auf der Vorderseite steht die Rechnung, auf der Rückseite ein passendes Mengenbild (Punkte oder Karos).

An der Wand im Hintergrund hängen die „Tabellen“ der vorhergehenden Gruppe.

(Bild: 2. Schuljahr, 3. Quartal)

Die Einmaleins-Tabelle

●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Wie bereits im Einspluseins erschließen sich die Kinder die Tabelle über die Königs- oder Schlüsselaufgaben.

Was bedeuten die Farben? Wie hängen die Felder zusammen? Welche Rechnungen kennen wir schon?

●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0 • 0 0	0 • 1 0	0 • 2 0	0 • 3 0	0 • 4 0	0 • 5 0	0 • 6 0	0 • 7 0	0 • 8 0	0 • 9 0	0 • 10 0
1	1 • 0 0	1 • 1 1	1 • 2 2	1 • 3 3	1 • 4 4	1 • 5 5	1 • 6 6	1 • 7 7	1 • 8 8	1 • 9 9	1 • 10 10
2	2 • 0 0	2 • 1 2	2 • 2 4	2 • 3 6	2 • 4 8	2 • 5 10	2 • 6 12	2 • 7 14	2 • 8 16	2 • 9 18	2 • 10 20
3	3 • 0 0	3 • 1 3	3 • 2 6	3 • 3 9	3 • 4	3 • 5 15	3 • 6	3 • 7	3 • 8	3 • 9	3 • 10 30
4	4 • 0 0	4 • 1 4	4 • 2 8	4 • 3	4 • 4 16	4 • 5 20	4 • 6	4 • 7	4 • 8	4 • 9	4 • 10 40
5	5 • 0 0	5 • 1 5	5 • 2 10	5 • 3 15	5 • 4 20	5 • 5 25	5 • 6 30	5 • 7 35	5 • 8 40	5 • 9 45	5 • 10 50
6	6 • 0 0	6 • 1 6	6 • 2 12	6 • 3	6 • 4	6 • 5 30	6 • 6 36	6 • 7	6 • 8	6 • 9	6 • 10 60
7	7 • 0 0	7 • 1 7	7 • 2 14	7 • 3	7 • 4	7 • 5 35	7 • 6	7 • 7 49	7 • 8	7 • 9	7 • 10 70
8	8 • 0 0	8 • 1 8	8 • 2 16	8 • 3	8 • 4	8 • 5 40	8 • 6	8 • 7	8 • 8 64	8 • 9	8 • 10 80
9	9 • 0 0	9 • 1 9	9 • 2 18	9 • 3	9 • 4	9 • 5 45	9 • 6	9 • 7	9 • 8	9 • 9 81	9 • 10 90
10	10 • 0 0	10 • 1 10	10 • 2 20	10 • 3 30	10 • 4 40	10 • 5 50	10 • 6 60	10 • 7 70	10 • 8 80	10 • 9 90	10 • 10 100

Werden alle „einfachen“ Aufgaben in die Tabelle eingetragen, bleiben nur noch wenige weiße Felder in der Tabelle unten rechts.

Die Einmaleins-Tabelle

●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

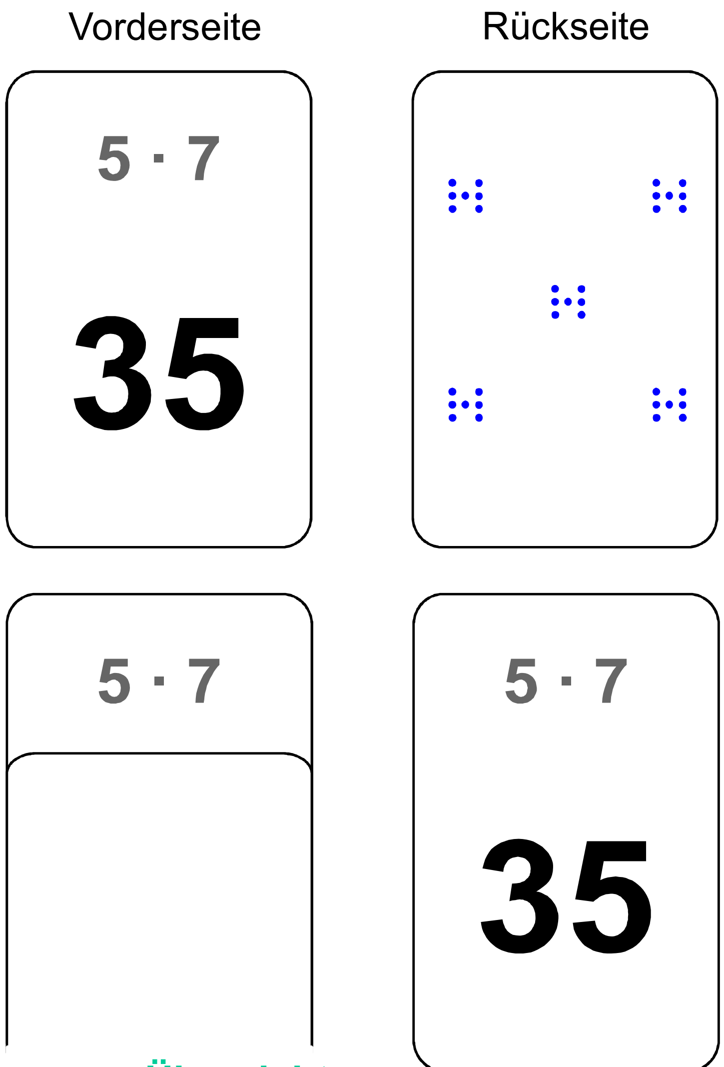
Die vollständige Tabelle steht den Kindern als Gedächtnisstütze zur Verfügung, zuerst als Poster oder Tischvorlage, später als Memo-Kärtchen.

●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Eine einfache Standortbestimmung: In die leere Tabelle tragen die Kinder ein, was sie schon (oder noch) wissen.

<< zur Übersicht

Die Lernkartei Einmaleins



Auf der Vorderseite der Karten sind die Felder der Einmaleins-Tabelle abgebildet. Die Kartei stellt also eine Zerlegung der Tabelle dar.

Die Rückseite kann bildliche Darstellungen der Produkte enthalten oder auch leer bleiben.

Beim Training wird die oberste Karte abgedeckt und aus dem Stapel eine Karte zuerst so weit herausgezogen, dass nur die Rechnung sichtbar wird.

Im ersten Durchlauf werden die Karten sortiert, die „unsicheren“ oder die mit falschen Ergebnissen auf die eine Seite, die „sicheren“ auf die andere.

Je nach Temperament arbeitet man dann mit den sicheren weiter und mischt von den unsicheren einige bei, oder man widmet sich ganz den unsicheren.

<< zur Übersicht

Analogien: Zehner-Einmaleins

$3 \cdot 60 = 180$
$4 \cdot 40 = 160$
$5 \cdot 30 - 150$
$6 \cdot 20 = 120$
$4 \cdot 50 = 200$
$8 \cdot 20 = 160$
$3 \cdot 90 = 260$

Ich Auhn Immer die 1.Klass Rechnungen Rechnen. Zum beispill 5·3=15 Dann weiss ~~4~~ ich Auch was 5·30=150 ist.

Die Kinder wurden vor der Thematisierung in der Klasse aufgefordert, Aufgaben des Zehner-Einmaleins zu rechnen und ihre Rechenwege zu beschreiben.
(3. Schuljahr, 1. Quartal)

•	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
2	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
3	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
4	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
5	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
6	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
7	0	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
8	0	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
9	0	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
10	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Mit den Stellenwerten gelangt man schnell zu großen Zahlen und zu ihren Vielfachen. Haben sie die Analogien entdeckt, macht es den Kindern Spaß mit großen Zahlen zu rechnen.

<< zur Übersicht

Zehner-Einmaleins: Training

Mit Einern multiplizieren

			Ergebnisse		
30 · 3 = ____	60 · 5 = ____	90 · 2 = ____	90	300	180
10 · 5 = ____	20 · 6 = ____	20 · 9 = ____	50	120	180
40 · 9 = ____	80 · 9 = ____	30 · 7 = ____	360	720	210
40 · 2 = ____	90 · 0 = ____	70 · 4 = ____	80	0	280
50 · 8 = ____	80 · 4 = ____	60 · 3 = ____	400	320	180
80 · 6 = ____	40 · 7 = ____	60 · 4 = ____	480	280	240
80 · 8 = ____	50 · 2 = ____	70 · 5 = ____	640	100	350
40 · 5 = ____	60 · 2 = ____	80 · 1 = ____	200	120	80

Muster eines Trainingsblattes Kopfrechnen A5. Die Ergebnisse rechts werden umgefaltet. Tests sind im gleichen Format mit abgeschnittenem Ergebnisfeld.

Zehner-Einmaleins: Training in höheren Dezimalen

Mit Zehnern und Hundertern multiplizieren

			Ergebnisse		
300 · 30 = ____	60 · 50 = ____	90 · 200 = ____	9'000	3'000	18'000
100 · 500 = ____	200 · 60 = ____	200 · 90 = ____	50'000	12'000	18'000
40 · 90 = ____	800 · 90 = ____	300 · 70 = ____	3'600	72'000	21'000
400 · 200 = ____	900 · 0 = ____	70 · 400 = ____	80'000	0	28'000
50 · 80 = ____	80 · 400 = ____	600 · 300 = ____	4'000	32'000	180'000
800 · 600 = ____	400 · 700 = ____	60 · 40 = ____	480'000	280'000	2'400
80 · 80 = ____	500 · 20 = ____	700 · 500 = ____	6'400	10'000	350'000
40 · 500 = ____	60 · 200 = ____	80 · 10 = ____	20'000	12'000	800

Muster eines Trainingsblattes Kopfrechnen A5. Die Ergebnisse rechts werden umgefaltet. Tests sind im gleichen Format mit abgeschnittenem Ergebnisfeld.

<< zur Übersicht

Eine Herausforderung: Wie viel kosten sie?

Für kleine Mengen können Vielfache von Preisen additiv berechnet werden.

Bei größeren Stückzahlen sind alternative Strategien gefragt: Z.B. schrittweises Multiplizieren.

<< zur Übersicht

Schrittweise rechnen – in allen Operationen

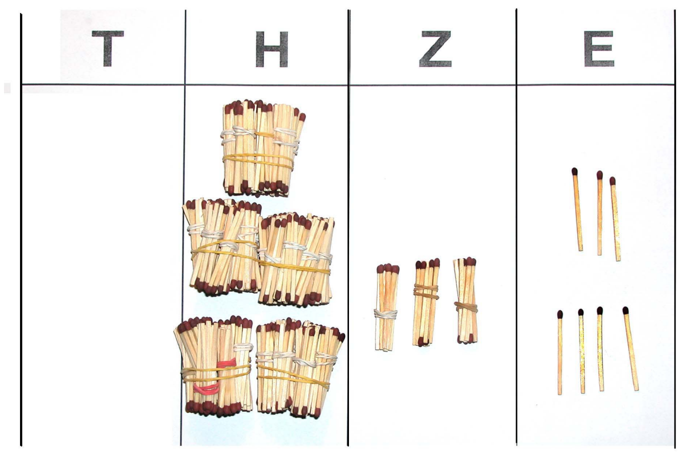
Rechnen in Schritten:
Ist dir eine Zahl zu groß – zerlege sie!

Für das Rechnen mit großen Zahlen gilt immer diese **Grundregel**. Wenn du die Zahlen in Stellenwerte zerlegst, kannst du Schritt um Schritt mit einer Stelle nach der anderen rechnen. Die einzelnen Rechnungen beschränken sich dann auf das Einspluseins, Einsminuseins, Einmaleins und Einsdurcheins. Bei der Addition, Subtraktion und Multiplikation ist die Reihenfolge der Schritte beliebig.

Beispiel **Multiplikation**

Schritte	**457 · 3 = ?**	das Einmaleins dazu
Hunderter multiplizieren	400 · 3 = 1200	4 H · 3 = 12 H
Zehner multiplizieren	50 · 3 = 150	5 Z · 3 = 15 Z
Einer multiplizieren	7 · 3 = 21	7 · 3 = 21
Teilprodukte addieren	**1371**	

Stellentafel



Wie viele sind es?

Die Strategie zum Erfassen von Anzahlen wird immer wieder erweitert:

1. Schuljahr: additiv gliedern
2. Schuljahr: bündeln
3. Schuljahr: Zehnerbündel mehrstufig

Die mehrstufige Zehnerbündelung ist die Grundlage für unser Zahlsystem und für das Verständnis der Schreibweise großer Zahlen.

Mit dem schrittweisen Operieren in der Stellentafel werden zwei Hauptziele der Volksschule gefördert: **Zahlen** lesen und schreiben, **Rechenverfahren** verstehen und anwenden.

<< zur Übersicht

Schrittweise multiplizieren in der Stellentafel

Wie weit kommt du mit 1 000 Schritten?

Am Beispiel der Schrittweite 45 cm werden die Strecken für verschiedene Schrittzahlen berechnet. Dann folgt die Aufforderung, analoge Strecken für die eigene Schrittweite zu berechnen. Dabei wird das Rechenverfahren aus Band 3 in die Stellentafel übertragen.

Wie weit mit 6 Schritten?

überschlagen: 50 cm · 6 = 300 cm = 3 m

gerechnet: 45 cm · 6 = 270 cm = 2 m 70 cm

			m		cm			m		cm	
schrittweise multipliziert				4	5	· 6 =					
Zehner multipliziert				4		· 6 =		2	4		
Einer multipliziert					5	· 6 =			3	0	
Teilprodukte addiert								2	7	0	**= 2 m 70 cm**

Von der Stellentafel zum Rechenverfahren

Wie kannst du Schreibarbeit sparen?

Die Schreibweise der Multiplikation in der Stellentafel kannst du in zwei Schritten verkürzen. Zuerst schreibst du die Teilprodukte direkt unter den ersten Faktor:

schrittweise gerechnet und in zwei Stellentafeln notiert

	ZT	T	H	Z	E		ZT	T	H	Z	E
		3	8	1	6	· 5 =					
Tausender		3				· 5 =	1	5			
Hunderter			8			· 5 =		4	0		
Zehner				1		· 5 =				5	
Einer					6	· 5 =				3	0
							1	9	0	8	0

Produkte direkt unter den ersten Faktor geschrieben

ZT	T	H	Z	E	
	3	8	1	6	· 5
1	5				
	4	0			
			5		
			3	0	
1	9	0	8	0	

Produkte direkt unter den
ersten Faktor geschrieben

ZT	T	H	Z	E	
	3	8	1	6	· 5
1	5				
	4	0			
			5		
			3	0	
1	9	0	8	0	

Kurzform

	3	8	1	6	· 5
	5	0	5	0	
1	4		3		
1	9	0	8	0	

Wie kannst du Schreibarbeit sparen?

Im zweiten Verkürzungsschritt schreibst du alle Teilprodukte auf zwei Zeilen, in die erste Zeile die Einer, eine Zeile tiefer und eine Spalte weiter links die Zehner.

Die Rechenrichtung (zuerst die Tausender oder zuerst die Einer multiplizieren) spielt immer noch keine Rolle.

Ausweitung auf mehrstellige Faktoren

Das Verfahren bleibt gleich. Bei mehrstelligen Faktoren kommen einfach weitere Zeilen dazu. Voraussetzung für das Verständnis ist das Stellen-Einmaleins. Da die Teilprodukte verschoben notiert werden, ist die Rechenrichtung von rechts nach links jetzt von Vorteil.

Mit zweistelligen Faktoren multiplizieren

Beispiel			3	8	1	6	· 45
mal die **Einer**			5	0	5	0	· 5
		1	4		3		
mal die **Zehner**		2	2	4	4	0	· 40
	1	3		2			
Summe	1	7	1	7	2	0	

Steht an zweiter Stelle ein mehrstelliger Faktor, wiederholst du das Verfahren für jede Stelle einzeln.

Bei den höheren Stellen verschieben sich die Teilprodukte nach links.

Ergebnis: 3 816 · 45 = **171 720**

Überschlag: 4 000 · 40 = 160 000

<< zur Übersicht

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$546 \cdot 7 = ?$

		5	4	6	
					$\cdot 7$

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$546 \cdot 7 = ?$

		5	4	6	
				2	$\cdot 7$
			4		

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$546 \cdot 7 = ?$

		5	4	6	
			8	2	$\cdot$ 7
		2	4		

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$546 \cdot 7 = ?$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		

<< zur Übersicht

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$546 \cdot 7 = ?$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot$ 7
	3	2	4		
		1			
	3	8	2	2	

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$546 \cdot 37 = ?$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot$ 7
	3	2	4		
					$\cdot$ 30

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

546 · 37 = ?

		5	4	6	
		5	8	2	· 7
	3	2	4		
				0	· 3~~0~~

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$546 \cdot 37 = ?$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
			8	0	$\cdot 3\cancel{0}$
		1			

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$546 \cdot 37 = ?$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
		2	8	0	$\cdot 3\cancel{0}$
	1	1			

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

546 · 37 = ?

		5	4	6	
		5	8	2	· 7
	3	2	4		
	5	2	8	0	$\cdot\ 3\cancel{0}$
1	1	1			

<< zur Übersicht

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$546 \cdot 37 = ?$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot\ 7$
	3	2	4		
	5	2	8	0	$\cdot\ 3\cancel{0}$
1 $_{1}$	1 $_{1}$	1 $_{2}$			
2	0	2	0	2	

Multiplizieren in der Stellentafel

Wer auf Karopapier sicher rechnen kann, darf die Stellentafel auch weglassen (letzter Entwicklungsschritt).

	M	HT	ZT	T	H	Z	E					M	HT	ZT	T	H	Z	E				
		3	5	9	6	8	4	·	7					5	7	4	6	3	·	8	4	
		1	5	3	2	6	8							0	8	6	4	2		·	4	
	2	3	6	4	5	2							2	2	1	2	1					
	2	5	1	7	7	8	8						0	6	2	8	4	0	·	8	0	
												4	5	3	4	2						
												4	8	2	6	8	9	2				

Training multiplizieren auf Papier

a	537	·	4	=	____________
b	836	·	8	=	____________
c	2'691	·	6	=	____________
d	1'092	·	7	=	____________

Muster einer Trainingskarte A6. Auf der Rückseite sind die Rechnungen mit den Ergebnissen. Lernkontrollen enthalten Aufgaben in gleicher Anzahl und in gleichem Format.

Multiplizieren in der Stellentafel für Größen

Das Rechenverfahren bleibt genau gleich. Nur beim **Eintragen** und Auslesen der Zahlen muss auf die Größen geachtet werden (Bsp. 3,58 m · 6; 75 cl · 24).

	km			m	dm	cm	mm					m³	hl		l	dl	cl	ml				
				3	5	8		·	6							7	5		·	2	4	

<< zur Übersicht

Multiplizieren in der Stellentafel für Größen

Das Rechenverfahren bleibt genau gleich. Nur beim Eintragen und Auslesen der Zahlen muss auf die Größen geachtet werden (Bsp. 3,58 m · 6; 75 cl · 24).

	km			m	dm	cm	mm					m³	hl		l	dl	cl	ml				
				3	5	8		·	6							7	5		·	2	4	
				8	0	8										8	0			·	4	
			1	3	4										2	2						
			2	1	4	8									4	0	0		·	2	0	
														1	1							
														1	8	0	0					

<< zur Übersicht

Multiplizieren in der Stellentafel für Größen

Das Rechenverfahren bleibt genau gleich. Nur beim Eintragen und **Auslesen** der Zahlen muss auf die Größen geachtet werden (Bsp. 3,58 m · 6; 75 cl · 24).

	km			m	dm	cm	mm					m³	hl		l	dl	cl	ml				
				3	5	8		·	6							7	5		·	2	4	
				8	0	8										8	0			·	4	
			1	3	4										2	2						
			2	1	4	8									4	0	0		·	2	0	
														1	1							
														1	8	0	0					

<< zur Übersicht

Vorteile des Verfahrens mit notierten Überträgen

- Das fehleranfällige **Zwischenspeichern** und Addieren von Überträgen **fällt weg**.
- Es genügt **eine** einzige schriftliche **Addition**, die von den Multiplikationen ganz getrennt ist.
- Alle Teilrechnungen des **Einmaleins** bleiben **sichtbar** und können nachträglich kontrolliert werden. Fehler können einfach lokalisiert werden.

<< zur Übersicht