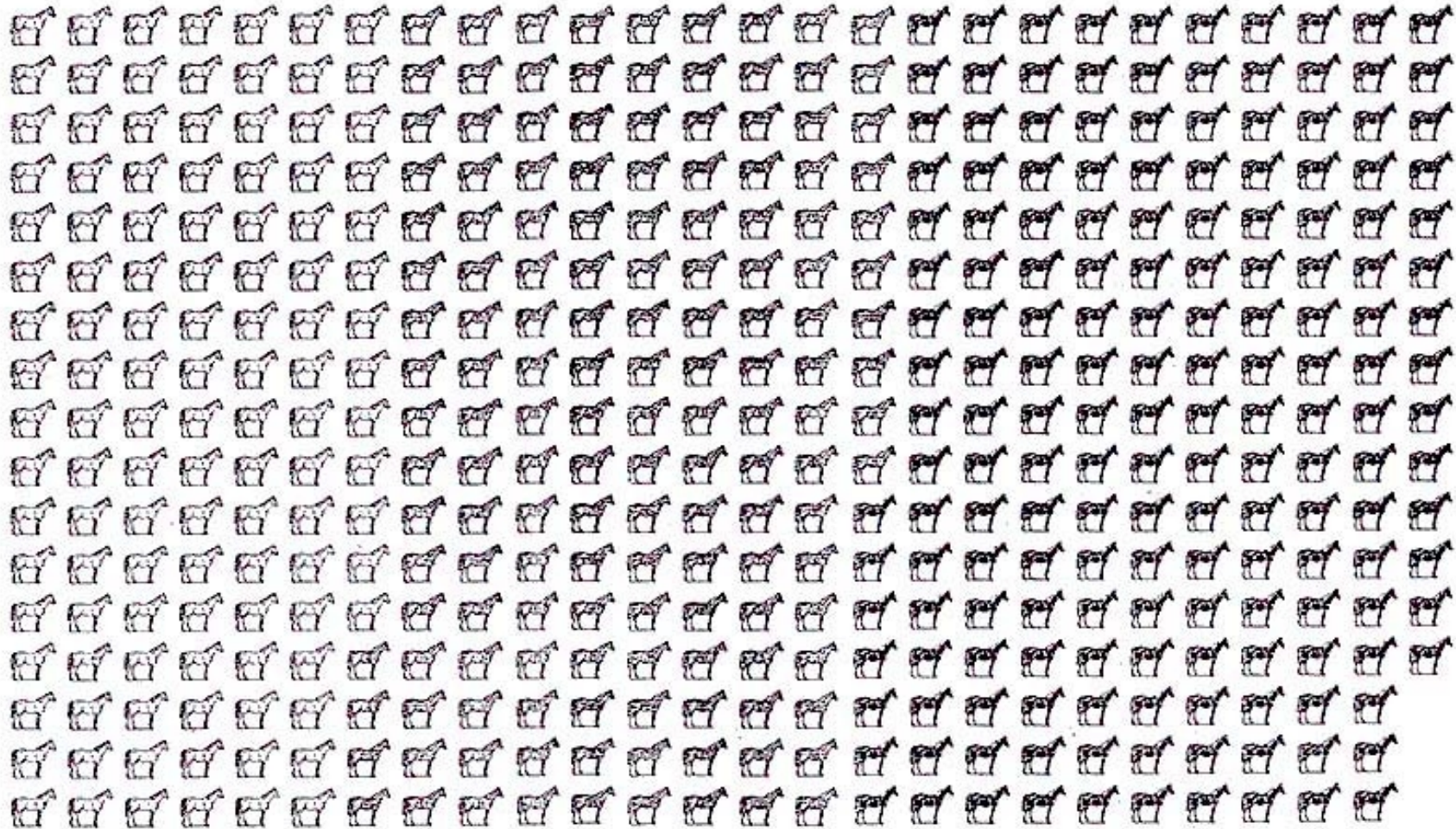


Schritte zur Multiplikation

1/41

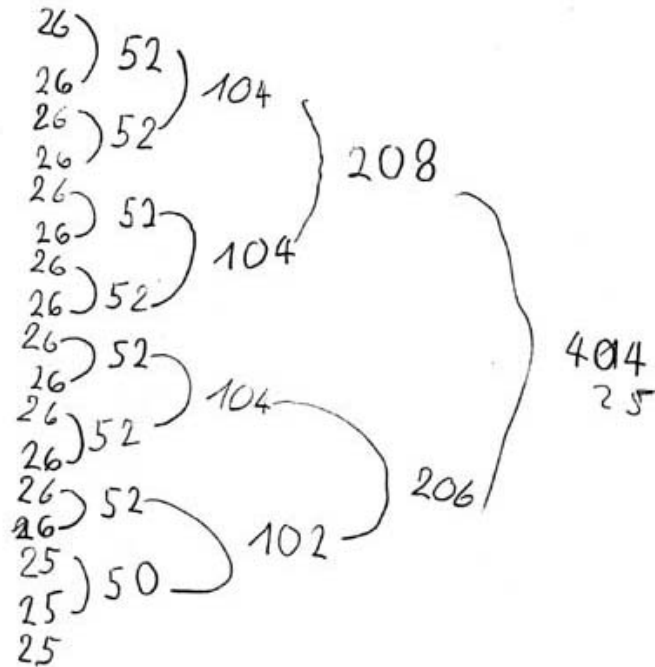
- **Vorstellungen** von der Operation entwickeln
- **Einmaleins** geläufig erwerben
- **Analogien** in höheren Dezimalen finden
- Grundstrategie für große Zahlen anwenden:
Zahlen zerlegen und **schrittweise rechnen**
- Rechenschritte in die **Stellentafel** übertragen und
Schreibweise vereinfachen: **Rechenverfahren**

Eine Herausforderung: Wie viele sind es?



1. Lösungsmuster (2. Schuljahr, 3. Quartal)

3/41



Ramona und Milena haben mit der „Verdoppelungsmethode“ bis auf einen kleinen Rechnungsfehler die Anzahl richtig bestimmt.

429

Rösser

Wir haben
Reihe gezelt

die erste
Ramona und Milena

2. Lösungsmuster (2. Schuljahr, 3. Quartal)

4/41

Eine Reihe sind es 17 ↓
und in der anderen Reihe
sind es 26 →
man kann rechnen $17 \cdot 26$

Die Multiplikation kann Markus noch nicht ausführen. Die Lehrerin zeigt ihm an einem Beispiel, wie „man“ das macht und Markus wendet dann die Methode an.

$$\begin{array}{l} 10 \cdot 20 = 200 \\ 7 \cdot 20 = 140 \\ 10 \cdot 6 = 60 \\ 7 \cdot 6 = 42 \end{array}$$

Es sind 442 Pferde
Markus

3. Lösungsmuster (2. Schuljahr, 3. Quartal)

Wir haben zuerst die Weisen gezählt und noch vier graue. Das sind $17 \cdot 7 = 7 \cdot 10 + 7 \cdot 7 = 119$ Weise
dann haben wir bei den grauen zehn neuer reihen abgezählt das sind Neunzig
dann haben wir $9 \cdot 7$ dazu gezählt das sind 63 das sind
Zusammen 146 graue + sieben schwarze = 153.
dann haben wir $10 \cdot 10 = 100$ gezählt bei den Schwarzen
dann haben wir $4 \cdot 10 = 40$ gezählt $9 \cdot 3 = 27$ und zusammen
sind es 167

119
753
167

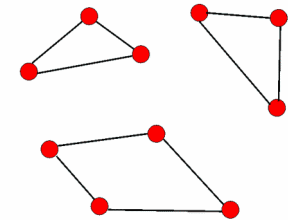
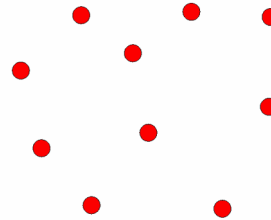
439

Felix / Flamur

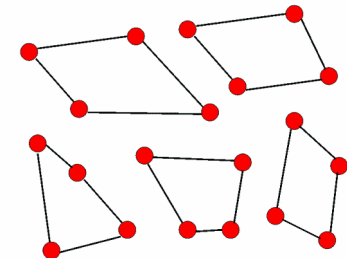
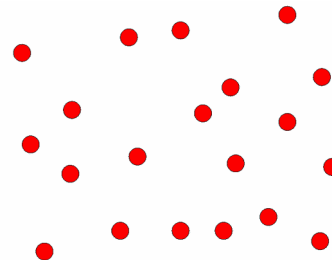
Felix und Flamur haben das Grundprinzip erkannt: Große Zahlen bekommt man „in den Griff“, indem man sie unterteilt.

Vorstellung entwickeln: Mengen bündelnd erfassen

Bis zu 6 Punkte werden auf einen Blick erfasst. Größere Mengen werden in leicht erfassbare unterteilt.



Mit einem Blick nicht mehr erfassbare Mengen werden in gleich große Teilmengen aufgeteilt (gebündelt). Die Gesamtzahl ergibt sich aus der Anzahl Bündel **mal** Anzahl Punkte pro Bündel.



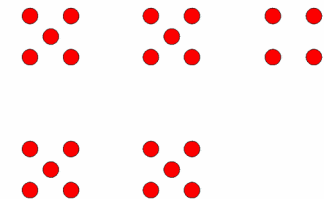
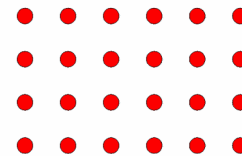
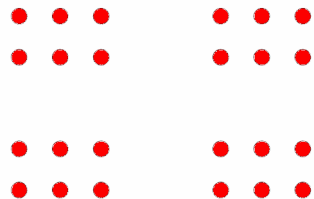
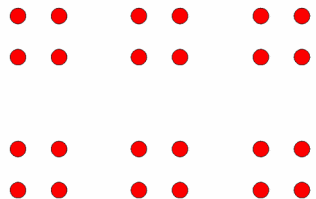
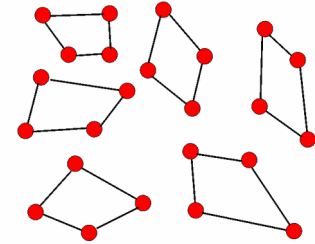
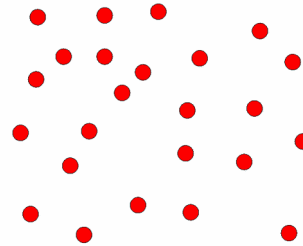
Vorstellung entwickeln: Mengen bündelnd erfassen

7/41

Auf Papier muss die Bündelung grafisch erfolgen.

Gegenstände können hingegen verschoben und verschieden gruppiert werden.

Je nach Gruppierung sind die Malrechnungen mehr oder weniger gut erkennbar – und ergeben sich hier schon „Reste“.



In ihrer Umwelt finden die Kinder viel multiplikativ leicht Zählbares.

Ich habe
die
ausgeschnitten
einem Katalog



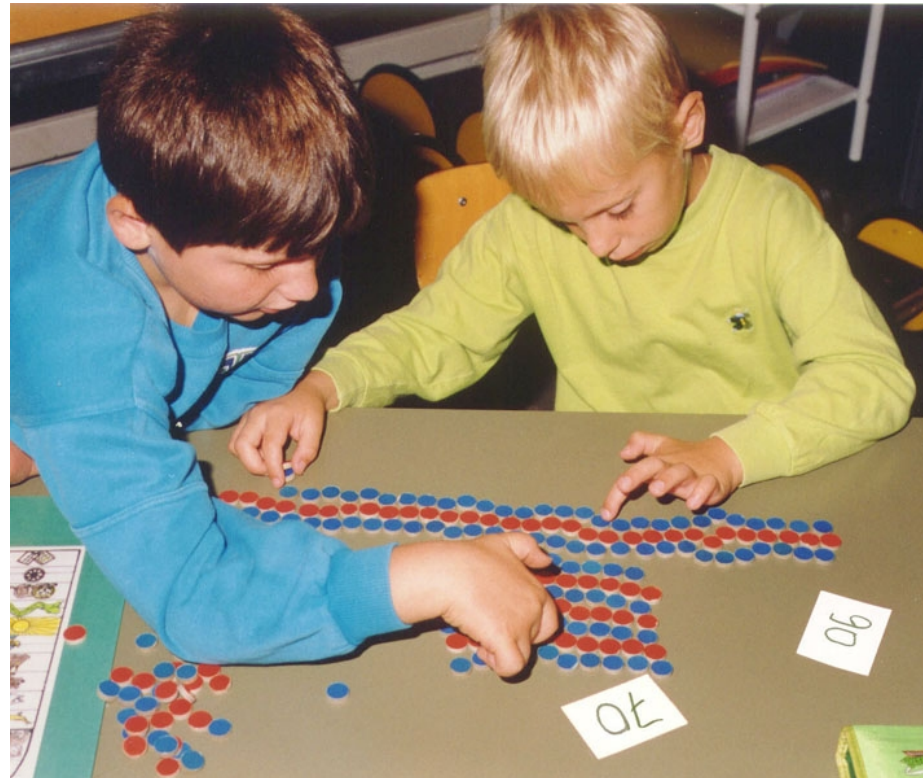
Vorstellung entwickeln: Zahlen darstellen

9/41

Umkehraufgabe:

Zu einer vorgegebenen Zahl (Zettel) sind Plättchen so zu legen, dass andere diese Zahl einfach erkennen können.

(Bild 2. Schuljahr, 1. Quartal)



Von Malrechnungen zum Einmaleins

10/41

Die Kinder haben schon viele Malrechnungen gesammelt. Nun geht es darum, **alle** zu finden, von $0 \cdot 0$ bis $10 \cdot 10$.

Dazu werden die Rechnungen auf Kärtchen geschrieben und sortiert. Auf der Vorderseite steht die Rechnung, auf der Rückseite ein passendes Mengenbild (Punkte oder Karos).

An der Wand im Hintergrund hängen die „Tabellen“ der vorhergehenden Gruppe.

(Bild: 2. Schuljahr, 3. Quartal)



Die Einmaleins-Tabelle

●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Wie bereits im Einspluseins erschließen sich die Kinder die Tabelle über die Königs- oder Schlüsselaufgaben.

Was bedeuten die Farben? Wie hängen die Felder zusammen? Welche Rechnungen kennen wir schon?

●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0·0 0	0·1 0	0·2 0	0·3 0	0·4 0	0·5 0	0·6 0	0·7 0	0·8 0	0·9 0	0·10 0
1	1·0 0	1·1 1	1·2 2	1·3 3	1·4 4	1·5 5	1·6 6	1·7 7	1·8 8	1·9 9	1·10 10
2	2·0 0	2·1 2	2·2 4	2·3 6	2·4 8	2·5 10	2·6 12	2·7 14	2·8 16	2·9 18	2·10 20
3	3·0 0	3·1 3	3·2 6	3·3 9	3·4 12	3·5 15	3·6 18	3·7 21	3·8 24	3·9 27	3·10 30
4	4·0 0	4·1 4	4·2 8	4·3 12	4·4 16	4·5 20	4·6 24	4·7 28	4·8 32	4·9 36	4·10 40
5	5·0 0	5·1 5	5·2 10	5·3 15	5·4 20	5·5 25	5·6 30	5·7 35	5·8 40	5·9 45	5·10 50
6	6·0 0	6·1 6	6·2 12	6·3 18	6·4 24	6·5 30	6·6 36	6·7 42	6·8 48	6·9 54	6·10 60
7	7·0 0	7·1 7	7·2 14	7·3 21	7·4 28	7·5 35	7·6 42	7·7 49	7·8 56	7·9 63	7·10 70
8	8·0 0	8·1 8	8·2 16	8·3 24	8·4 32	8·5 40	8·6 48	8·7 56	8·8 64	8·9 72	8·10 80
9	9·0 0	9·1 9	9·2 18	9·3 27	9·4 36	9·5 45	9·6 54	9·7 63	9·8 72	9·9 81	9·10 90
10	10·0 0	10·1 10	10·2 20	10·3 30	10·4 40	10·5 50	10·6 60	10·7 70	10·8 80	10·9 90	10·10 100

Werden alle „einfachen“ Aufgaben in die Tabelle eingetragen, bleiben nur noch wenige weiße Felder in der Tabelle unten rechts.

Die Einmaleins-Tabelle

•	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Die vollständige Tabelle steht den Kindern als Gedächtnisstütze zur Verfügung, zuerst als Poster oder Tischvorlage, später als Memo-Kärtchen.



•	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

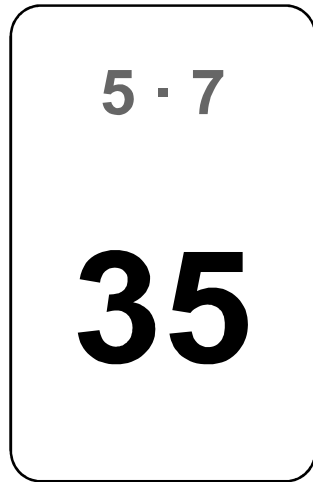
Eine einfache Standortbestimmung: In die leere Tabelle tragen die Kinder ein, was sie schon (oder noch) wissen.

[<< zur Übersicht](#)

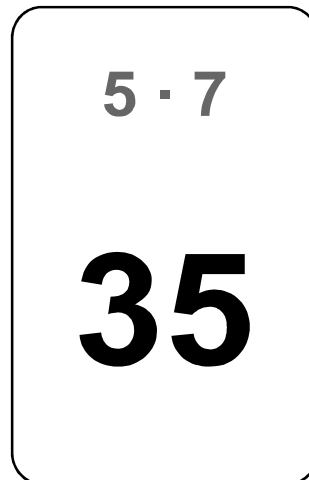
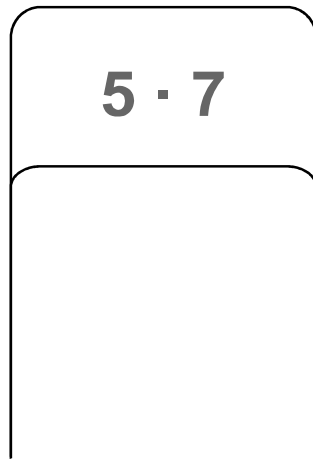
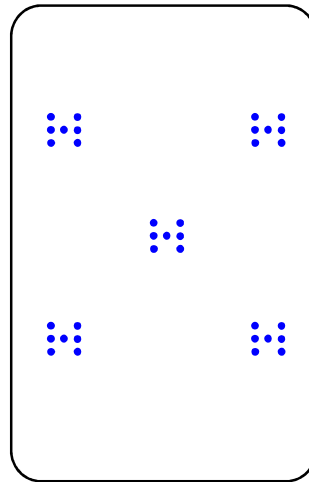
Die Lernkartei Einmaleins

13/41

Vorderseite



Rückseite



Auf der Vorderseite der Karten sind die Felder der Einmaleins-Tabelle abgebildet. Die Kartei stellt also eine Zerlegung der Tabelle dar.

Die Rückseite kann bildliche Darstellungen der Produkte enthalten oder auch leer bleiben.

Beim Training wird die oberste Karte abgedeckt und aus dem Stapel eine Karte zuerst so weit herausgezogen, dass nur die Rechnung sichtbar wird.

Im ersten Durchlauf werden die Karten sortiert, die „unsicheren“ oder die mit falschen Ergebnissen auf die eine Seite, die „sicheren“ auf die andere.

Je nach Temperament arbeitet man dann mit den sicheren weiter und mischt von den unsicheren einige bei, oder man widmet sich ganz den unsicheren.

[<< zur Übersicht](#)

M0339

Analogien: Zehner-Einmaleins

14/41

Handwritten notes on lined paper:

$3 \cdot 60 = 180$
 $4 \cdot 40 = 160$
 $5 \cdot 30 = 150$
 $6 \cdot 20 = 120$
 $4 \cdot 50 = 200$
 $8 \cdot 20 = 160$
 $3 \cdot 90 = 270$

Ich Auhn zimmer
die 1. Klass Rechnungen
Rechnen. Zum beispill
 $5 \cdot 3 = 15$ Dann Weiss ich
Auch was $5 \cdot 30 = 150$ ist.

Die Kinder wurden vor der Thematisierung in der Klasse aufgefordert, Aufgaben des Zehner-Einmaleins zu rechnen und ihre Rechenwege zu beschreiben. (3. Schuljahr, 1. Quartal)

Mit den Stellenwerten gelangt man schnell zu großen Zahlen und zu ihren Vielfachen. Haben sie die Analogien entdeckt, macht es den Kindern Spaß mit großen Zahlen zu rechnen.

•	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
2	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
3	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
4	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
5	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
6	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
7	0	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
8	0	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
9	0	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
10	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Zehner-Einmaleins: Training



Mit Einern multiplizieren

			Ergebnisse		
$30 \cdot 3 =$ _____	$60 \cdot 5 =$ _____	$90 \cdot 2 =$ _____	90	300	180
$10 \cdot 5 =$ _____	$20 \cdot 6 =$ _____	$20 \cdot 9 =$ _____	50	120	180
$40 \cdot 9 =$ _____	$80 \cdot 9 =$ _____	$30 \cdot 7 =$ _____	360	720	210
$40 \cdot 2 =$ _____	$90 \cdot 0 =$ _____	$70 \cdot 4 =$ _____	80	0	280
$50 \cdot 8 =$ _____	$80 \cdot 4 =$ _____	$60 \cdot 3 =$ _____	400	320	180
$80 \cdot 6 =$ _____	$40 \cdot 7 =$ _____	$60 \cdot 4 =$ _____	480	280	240
$80 \cdot 8 =$ _____	$50 \cdot 2 =$ _____	$70 \cdot 5 =$ _____	640	100	350
$40 \cdot 5 =$ _____	$60 \cdot 2 =$ _____	$80 \cdot 1 =$ _____	200	120	80

Muster eines Trainingsblattes Kopfrechnen A5. Die Ergebnisse rechts werden umgefaltet. Tests sind im gleichen Format mit abgeschnittenem Ergebnisfeld.

Zehner-Einmaleins: Training in höheren Dezimalen



Mit Zehnern und Hundertern multiplizieren

			Ergebnisse		
$300 \cdot 30 = \underline{\hspace{2cm}}$	$60 \cdot 50 = \underline{\hspace{2cm}}$	$90 \cdot 200 = \underline{\hspace{2cm}}$	9'000	3'000	18'000
$100 \cdot 500 = \underline{\hspace{2cm}}$	$200 \cdot 60 = \underline{\hspace{2cm}}$	$200 \cdot 90 = \underline{\hspace{2cm}}$	50'000	12'000	18'000
$40 \cdot 90 = \underline{\hspace{2cm}}$	$800 \cdot 90 = \underline{\hspace{2cm}}$	$300 \cdot 70 = \underline{\hspace{2cm}}$	3'600	72'000	21'000
$400 \cdot 200 = \underline{\hspace{2cm}}$	$900 \cdot 0 = \underline{\hspace{2cm}}$	$70 \cdot 400 = \underline{\hspace{2cm}}$	80'000	0	28'000
$50 \cdot 80 = \underline{\hspace{2cm}}$	$80 \cdot 400 = \underline{\hspace{2cm}}$	$600 \cdot 300 = \underline{\hspace{2cm}}$	4'000	32'000	180'000
$800 \cdot 600 = \underline{\hspace{2cm}}$	$400 \cdot 700 = \underline{\hspace{2cm}}$	$60 \cdot 40 = \underline{\hspace{2cm}}$	480'000	280'000	2'400
$80 \cdot 80 = \underline{\hspace{2cm}}$	$500 \cdot 20 = \underline{\hspace{2cm}}$	$700 \cdot 500 = \underline{\hspace{2cm}}$	6'400	10'000	350'000
$40 \cdot 500 = \underline{\hspace{2cm}}$	$60 \cdot 200 = \underline{\hspace{2cm}}$	$80 \cdot 10 = \underline{\hspace{2cm}}$	20'000	12'000	800

Muster eines Trainingsblattes Kopfrechnen A5. Die Ergebnisse rechts werden umgefaltet. Tests sind im gleichen Format mit abgeschnittenem Ergebnisfeld.

Eine Herausforderung: Wie viel kosten sie?

17/41



Für kleine Mengen können Vielfache von Preisen additiv berechnet werden.

Bei größeren Stückzahlen sind alternative Strategien gefragt: Z.B. schrittweises Multiplizieren.

Schrittweise rechnen – in allen Operationen

Rechnen in Schritten:
Ist dir eine Zahl zu groß – zerlege sie!

Für das Rechnen mit großen Zahlen gilt immer diese **Grundregel**. Wenn du die Zahlen in Stellenwerte zerlegst, kannst du Schritt um Schritt mit einer Stelle nach der anderen rechnen. Die einzelnen Rechnungen beschränken sich dann auf das Einspluseins, Einsminuseins, Einmaleins und Einsdurcheins. Bei der Addition, Subtraktion und Multiplikation ist die Reihenfolge der Schritte beliebig.

Beispiel Multiplikation

Schritte	457 · 3 = ?	das Einmaleins dazu
Hunderter multiplizieren	400 · 3 = 1200	4 H · 3 = 12 H
Zehner multiplizieren	50 · 3 = 150	5 Z · 3 = 15 Z
Einer multiplizieren	7 · 3 = 21	7 · 3 = 21
Teilprodukte addieren	1371	

Stellentafel

19/41



Wie viele sind es?

Die Strategie zum Erfassen von Anzahlen wird immer wieder erweitert:

1. Schuljahr: additiv gliedern
2. Schuljahr: bündeln
3. Schuljahr: Zehnerbündel mehrstufig

T	H	Z	E

Die mehrstufige Zehnerbündelung ist die Grundlage für unser Zahlssystem und für das Verständnis der Schreibweise großer Zahlen.

Mit dem schrittweisen Operieren in der Stellentafel werden zwei Hauptziele der Volksschule gefördert: **Zahlen** lesen und schreiben, **Rechenverfahren** verstehen und anwenden.

Schrittweise multiplizieren in der Stellentafel

Wie weit kommt du mit 1 000 Schritten?

Am Beispiel der Schrittweite 45 cm werden die Strecken für verschiedene Schrittzahlen berechnet. Dann folgt die Aufforderung, analoge Strecken für die eigene Schrittweite zu berechnen. Dabei wird das Rechenverfahren aus Band 3 in die Stellentafel übertragen.

Wie weit mit 6 Schritten?

überschlagen: $50 \text{ cm} \cdot 6 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$

gerechnet: $45 \text{ cm} \cdot 6 = 270 \text{ cm} = 2 \text{ m } 70 \text{ cm}$

			m	cm			m	cm	
schrittweise multipliziert				4 5	· 6 =				
Zehner multipliziert				4	· 6 =		2	4	
Einer multipliziert				5	· 6 =			3	0
Teilprodukte addiert							2	7	0 = 2 m 70 cm

Von der Stellentafel zum Rechenverfahren

Wie kannst du Schreibearbeit sparen?

Die Schreibweise der Multiplikation in der Stellentafel kannst du in zwei Schritten verkürzen. Zuerst schreibst du die Teilprodukte direkt unter den ersten Faktor:

schrittweise gerechnet und
in zwei Stellentafeln notiert

	ZT	T	H	Z	E		ZT	T	H	Z	E
		3	8	1	6	· 5 =					
Tausender		3				· 5 =	1	5			
Hunderter			8			· 5 =		4	0		
Zehner				1		· 5 =				5	
Einer					6	· 5 =				3	0
							1	9	0	8	0

Produkte direkt unter den
ersten Faktor geschrieben

	ZT	T	H	Z	E	
		3	8	1	6	· 5
	1	5				
		4	0			
				5		
				3	0	
	1	9	0	8	0	

Produkte direkt unter den
ersten Faktor geschrieben

22/41

ZT	T	H	Z	E	
	3	8	1	6	· 5
1	5				
	4	0			
			5		
			3	0	
1	9	0	8	0	

Wie kannst du Schreibarbeit sparen?

Im zweiten Verkürzungsschritt schreibst du alle Teilprodukte auf zwei Zeilen, in die erste Zeile die Einer, eine Zeile tiefer und eine Spalte weiter links die Zehner.

Kurzform

	3	8	1	6	· 5
	5	0	5	0	
1	4		3		
1	9	0	8	0	

Die Rechenrichtung (zuerst die Tausender oder zuerst die Einer multiplizieren) spielt immer noch keine Rolle.

Ausweitung auf mehrstellige Faktoren

Das Verfahren bleibt gleich. Bei mehrstelligen Faktoren kommen einfach weitere Zeilen dazu. Voraussetzung für das Verständnis ist das Stellen-Einmaleins. Da die Teilprodukte verschoben notiert werden, ist die Rechenrichtung von rechts nach links jetzt von Vorteil.

Mit zweistelligen Faktoren multiplizieren

Beispiel			3	8	1	6	· 45
mal die Einer			5	0	5	0	· 5
		1	4		3		
mal die Zehner		2	2	4	4	0	· 40
	1	3		2			
Summe	1	7	1	7	2	0	

Steht an zweiter Stelle ein mehrstelliger Faktor, wiederholst du das Verfahren für jede Stelle einzeln.

Bei den höheren Stellen verschieben sich die Teilprodukte nach links.

Ergebnis: $3\ 816 \cdot 45 = 171\ 720$

Überschlag: $4\ 000 \cdot 40 = 160\ 000$

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$$546 \cdot 7 = ?$$

		5	4	6	
					· 7

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$$546 \cdot 7 = ?$$

		5	4	6	
				2	· 7
			4		

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$$546 \cdot 7 = ?$$

		5	4	6	
			8	2	· 7
		2	4		

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$$546 \cdot 7 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	· 7
	3	2	4		

Die Rechenschritte in einem Beispiel, einstellig

$$546 \cdot 7 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	· 7
	3	2	4		
		1			
	3	8	2	2	

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$$546 \cdot 37 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	· 7
	3	2	4		
					· 30

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$$546 \cdot 37 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
				0	$\cdot 30$

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$$546 \cdot 37 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
			8	0	$\cdot 30$
		1			

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$$546 \cdot 37 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
		2	8	0	$\cdot 30$
	1	1			

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$$546 \cdot 37 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
	5	2	8	0	$\cdot 30$
1	1	1			

Die Rechenschritte in einem Beispiel, zweistellig

$$546 \cdot 37 = ?$$

		5	4	6	
		5	8	2	$\cdot 7$
	3	2	4		
	5	2	8	0	$\cdot 30$
1 ₁	1 ₁	1 ₂			
2	0	2	0	2	

Multiplizieren in der Stellentafel

Wer auf Karopapier sicher rechnen kann, darf die Stellentafel auch weglassen (letzter Entwicklungsschritt).

	M	HT	ZT	T	H	Z	E					M	HT	ZT	T	H	Z	E				
		3	5	9	6	8	4	·	7					5	7	4	6	3	·	8	4	
		1	5	3	2	6	8							0	8	6	4	2		·	4	
	2	3	6	4	5	2							2	2	1	2	1					
	2	5	1	7	7	8	8						0	6	2	8	4	0	·	8	0	
													4	5	3	4	2					
													4	8	2	6	8	9	2			

Training multiplizieren auf Papier

36/41



a 537 · 4 = _____

b 836 · 8 = _____

c 2'691 · 6 = _____

d 1'092 · 7 = _____

Muster einer Trainingskarte A6. Auf der Rückseite sind die Rechnungen mit den Ergebnissen. Lernkontrollen enthalten Aufgaben in gleicher Anzahl und in gleichem Format.

Multiplizieren in der Stellentafel für Größen

Das Rechenverfahren bleibt genau gleich. Nur beim Eintragen und Auslesen der Zahlen muss auf die Größen geachtet werden (Bsp. $3,58 \text{ m} \cdot 6$; $75 \text{ cl} \cdot 24$).

	km		m	dm	cm	mm				m ³	hl		l	dl	cl	ml				
			3	5	8									7	5					
			8	0	8									8	0					
			1	3	4									2	2					
			2	1	4	8								4	0	0				
														1	1					
														1	8	0	0			

Multiplizieren in der Stellentafel für Größen

Das Rechenverfahren bleibt genau gleich. Nur beim Eintragen und **Auslesen** der Zahlen muss auf die Größen geachtet werden (Bsp. $3,58 \text{ m} \cdot 6$; $75 \text{ cl} \cdot 24$).

	km		m	dm	cm	mm				m ³	hl		l	dl	cl	ml				
			3	5	8									7	5					
			8	0	8									8	0					
			1	3	4								2	2						
			2	1	4	8							4	0	0					
													1	1						
													1	8	0	0				

- Das fehleranfällige **Zwischenspeichern** und Addieren von Überträgen **fällt weg**.
- Es genügt **eine** einzige schriftliche **Addition**, die von den Multiplikationen ganz getrennt ist.
- Alle Teilrechnungen des **Einmaleins** bleiben **sichtbar** und können nachträglich kontrolliert werden. Fehler können einfach lokalisiert werden.

- **Mathematik als Entwicklungsfeld** verstehen, in dem sich die Kinder individuell bewegen.
- **Ziel** für jedes Kind: Sich in diesem Feld zurechtfinden, sich mit oder ohne Führung möglichst weit vorwagen ohne sich zu verirren.
- **Repetitive, einfache Trainingsformate** anbieten, in denen die Kinder ihre Fortschritte erkennen und Sicherheit gewinnen können.